

UNIDAD 1

- 1 Números naturales.
Divisibilidad
- 2 Números positivos y negativos
- 3 Suma y resta de números enteros
- 4 Multiplicación y división de números enteros
- 5 Potencias y raíces cuadradas
- 6 Operaciones con potencias
- 7 Operaciones combinadas

LEE Y COMPRENDE

Congelando bajo cero

EXPLORA TU CALCULADORA

Modos de cálculo

ACTIVIDADES DE SÍNTESIS

APRENDE +

Potencias cuyo exponente es un número negativo

CONOCIMIENTOS BÁSICOS

DESARROLLO DE COMPETENCIAS SA

Husos horarios

En el mundo globalizado en el que vivimos cada vez tenemos más conversaciones con familiares o amigos que están en cualquier parte del mundo.

Si quieres hablar con una persona que vive en otro continente debes tener en cuenta la hora local, porque puede que le despiertes a medianoche.

¿Cómo sabemos qué hora es en otras partes del mundo?

SOLO PARA CURIOSOS



El conjunto de los números enteros

22mt0s201

Números enteros

Washington



Después de leer...



- 1 Buscad el significado de la palabra *jet lag*. ¿Tiene traducción en español? Explicad su significado.
- 2 ¿Habéis realizado algún viaje en el que hayas sufrido *jet lag*? ¿Qué síntomas habéis sufrido?
- 3 ¿Creéis que podéis padecer *jet lag social* al cambiar vuestros hábitos de sueño durante los fines de semana?
- 4 Debated sobre las distintas maneras en las que puede afectar la falta de sueño a la salud física y mental. Proponed medidas para cambiar este estilo de vida y mitigar los efectos de *jet lag social*.

'Jet lag' social: el fin de semana nos confunde 🌍💖

Si nos preguntan si nos hemos quedado alguna que otra vez hasta «las mil» para acabar de ver un programa en la televisión (¡ojo a los horarios del prime time!), o una serie en una plataforma, seguramente todos responderíamos afirmativamente. Tenemos excusa: jornadas de trabajo interminables, que no ayudan a conciliar nuestra vida familiar y de ocio. Y claro, como el día no tiene suficientes horas para todo lo que queremos hacer, la única solución es posponerlo a la noche. [...]

El problema es que ese «final del día» llega cada vez más tarde. Y, sin embargo, el despertador se empeña en sonar por la mañana a la misma hora de siempre, para obligarnos a cumplir con nuestras obligaciones laborales o de estudios.

Así, desde el lunes, el cansancio se acumula, y nuestra deuda de sueño también. Las horas que vamos robando a la noche se las vamos quitando, inevitablemente, a nuestro descanso nocturno.

Cuando (¡menos mal!) llega el fin de semana, aprovechamos para compensar durmiendo lo que el cuerpo nos pide. Sin horarios que nos restrinjan, tendemos a levantarnos más tarde y a tratar de recuperar el sueño robado durante la semana. Pues bien, cuando el centro del sueño de los días de trabajo difiere en más de dos horas del centro del sueño de los días libres, hablamos de *jet lag social*.

Llegados a este punto, que levante la mano quien mantenga el mismo horario a lo largo de la semana... Aunque sería lo correcto para garantizar la salud de nuestro sistema circadiano, seguro que veríamos pocas manos alzadas. De hecho, se estima que este trastorno lo sufren al menos un 50 % de los estudiantes. [...]

Si pensamos que esta alteración apenas nos afecta, nos engañamos. Entre otras cosas, los patrones irregulares de sueño se asocian con un peor rendimiento académico.

FUENTE: María de los Ángeles ROL DE LAMA, María Ángeles BONMATI CARRIÓN
'Jet lag' social: el fin de semana nos confunde (7 de julio de 2022). The Conversation (theconversation.com/jet-lag-social-el-fin-de-semana-nos-confunde-185313)



1 Números naturales. Divisibilidad

Recuerda

Un **número** es **primo** si solo tiene dos divisores: el 1 y él mismo.

Si un número no es primo, es **compuesto**.

Por orden, los primeros números primos son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17...

En un restaurante utilizan 30 huevos para preparar 5 o 6 tortillas más o menos iguales. Pueden hacer 6 tortillas utilizando 5 huevos en cada una o preparar 5 tortillas con 6 huevos en cada caso.

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 6} \\ 0 \ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 5} \\ 0 \ 6 \end{array}$$

El resto de estas divisiones es 0. Por tanto, 30 es **divisible por** 6 y por 5.

30 es **múltiplo** de 6 y de 5.

6 y 5 son **divisores** de 30.

- Dos números, a y b , son **divisibles** si la división $a : b$ es exacta.
- El número a es **múltiplo** de b , y el número b es divisor de a .

Descomposición en factores primos

Podemos escribir 30 como una multiplicación de diferentes formas.

| Factores primos o compuestos | Factores primos |
|------------------------------|--------------------------|
| $30 = 6 \cdot 5$ | $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ |

Para **descomponer un número en factores primos**, realizamos estos pasos:

| | | |
|-----|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 140 | 2 | <ol style="list-style-type: none"> 1. Escribimos el número que se va a descomponer y, a su derecha, trazamos una recta vertical. 2. Buscamos el menor número primo que sea divisor de dicho número y lo escribimos a la derecha de la recta. 3. Anotamos el cociente debajo del primer número. 4. Repetimos el proceso hasta obtener un 1 como cociente. |
| 70 | 2 | |
| 35 | 5 | |
| 7 | 7 | |
| 1 | | |

Su **descomposición factorial** es el producto de los números primos obtenidos:
 $140 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo

Para calcular el **máximo común divisor** (m.c.d.) y el **mínimo común múltiplo** (m.c.m.) de varios números, seguimos estos pasos:

| m.c.d. (72, 108, 270) | m.c.m. (72, 108, 270) |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Descomponemos los números en factores primos. $72 = 2^3 \cdot 3^2$ $108 = 2^2 \cdot 3^3$ $270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$ | <ol style="list-style-type: none"> 2. Elegimos los factores comunes y no comunes elevados al mayor exponente con el que aparecen. $2^3 \cdot 3^2$ $2^2 \cdot 3^3$ $2 \cdot 3^3 \cdot 5$ |
| <ol style="list-style-type: none"> 3. El producto de esos factores es el máximo común divisor. $m.c.d. (72, 108, 270) = 2 \cdot 3^2$ | <ol style="list-style-type: none"> 3. El producto de esos factores es el mínimo común múltiplo. $m.c.m. (72, 108, 270) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$ |

- El **máximo común divisor** de varios números es el mayor de sus divisores comunes.
- El **mínimo común múltiplo** de varios números es el menor de sus múltiplos comunes.

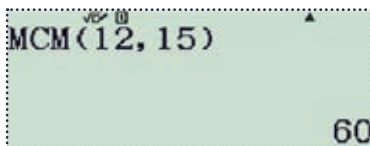
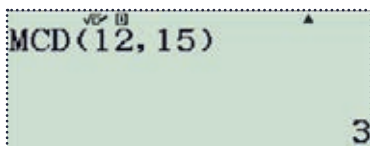
Lenguaje matemático

Factorizar un número es descomponerlo en factores primos.



Con la calculadora

Con las teclas **MCD** y **MCM** puedes calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dos números.



22mt0s202

Actividades

- 1 Comprueba si existe relación de divisibilidad entre:
a) 14 y 168 b) 12 y 98 c) 84 y 7 d) 17 y 51
- 2 Escribe dos múltiplos y dos divisores de:
a) 24 b) 35 c) 144 d) 72
- 3 Descompón en factores primos.
a) 66 b) 160 c) 168 d) 450 e) 392 f) 147
- 4 Factoriza los números propuestos.
a) 253 b) 169 c) 187 d) 242
- 5 Calcula el máximo común divisor de estos números.
a) 81 y 108 c) 64 y 88
b) 56 y 84 d) 168 y 216
- 6 Halla el mínimo común múltiplo de:
a) 27 y 36 c) 72 y 100
b) 126 y 392 d) 154 y 175
- 7 Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de estas descomposiciones.
a) $2^2 \cdot 3^4 \cdot 5$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$
b) $7^4 \cdot 13^2 \cdot 23$ $2^5 \cdot 7^3 \cdot 23^2$ $3^2 \cdot 7^4 \cdot 23^3$
- 8 Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los números indicados.
a) 112, 168 y 196 c) 243, 240 y 294
b) 216, 441 y 225 d) 720, 468 y 504

Presta atención

Al descomponer en factores primos varios números, si no tienen factores comunes, el máximo común divisor de esos números es 1 y son **primos entre sí**.

Ejercicio resuelto

- 9 Comprueba si 45 y 56 son primos entre sí.

Solución

Descomponemos en factores los dos números.

$$45 = 3^2 \cdot 5 \qquad 56 = 2^3 \cdot 7$$

No tiene factores comunes, por tanto, el máximo común divisor es 1 y los números son primos entre sí.

- 10 Comprueba si los siguientes pares de números son primos entre sí.
a) 112 y 297 c) 245 y 324
b) 117 y 130 d) 170 y 375

- 11 Óscar ha comprado varias docenas de huevos. ¿Cuántos huevos ha adquirido si se trata de un número que está entre 90 y 100?
- 12 En una pastelería empaquetan 312 magdalenas en bolsas compostables.
a) ¿Pueden hacerlo en bolsas de 7 magdalenas?
b) ¿Y en bolsas de 8 magdalenas?
c) Si quieren ofrecer a sus clientes paquetes iguales que tengan entre 5 y 15 magdalenas, ¿qué opciones tienen?
- 13 Eva ha cambiado las guirnaldas de luces de Navidad por unas de bajo consumo que producen destellos. Las rojas producen el destello cada 9 segundos; las verdes, cada 6 segundos y las azules, cada 8 segundos. Si se conectan al mismo tiempo, ¿cuántas veces coinciden los tres destellos en 1 minuto?



- 14 Una empresa tiene contratado el servicio de recogida de residuos con dos servicios distintos. Los residuos reciclables los recogen cada 12 días y los no reciclables cada 14 días.
La empresa necesita conocer de antemano cuando coinciden para poder limpiar los contenedores donde acumulan estos residuos. Si la última vez que coincidieron fue lunes, ¿qué día de la semana vuelven a coincidir la próxima vez?
- 15 En un almacén de aluminio existe un sobrante de perfiles. Disponen de 25 perfiles de 1,20 metros, 32 de 1,50 metros y 12 de 1,80 metros. La empresa decide aprovecharlos cortándolos en trozos iguales de la mayor longitud posible.
a) ¿Cuál es esa medida?
b) ¿Cuántos perfiles habrá después de los cortes?

+ COMPETENTES SA

- 16 Roberto ha cogido un avión que despegue de Sevilla a las 4:00 y un amigo suyo sale simultáneamente de Londres. Si la hora actual de la ciudad donde van es el mínimo común múltiplo de las dos horas, ¿cuál es la hora de dicha ciudad?

2 Números positivos y negativos

Ordenación de números enteros

Leonor piensa que su nevera se ha estropeado, pues no está segura de que la temperatura de la zona frigorífica y la del congelador sea la adecuada para conservar los alimentos.

En el manual de instrucciones se indica que:

- La temperatura ideal de la zona frigorífica se encuentra entre $+3\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $+5\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- La temperatura ideal del congelador es de $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$.

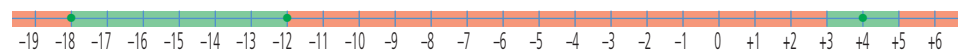
Decide comparar estas temperaturas ideales con las que realmente marca su nevera, y observa que:

- La zona frigorífica marca $+4\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- La zona del congelador, $-12\text{ }^{\circ}\text{C}$.



Funcionamiento incorrecto
 $-18 < -12$

Funcionamiento correcto
 $+3 < +4 < +5$



Como $+3 < +4 < +5$, la zona frigorífica funciona perfectamente. Sin embargo, dado que $-12 > -18$, la zona del congelador no funciona como debería porque está 6 grados por encima de la temperatura ideal.

Para **comparar dos números enteros**, se tienen en cuenta estas reglas:

- Si los dos son positivos, es mayor el que está más lejos del 0 en la recta.
- Si uno es positivo y otro negativo, es mayor el positivo.
- Si los dos son negativos, es mayor el que está más cerca del 0 en la recta.

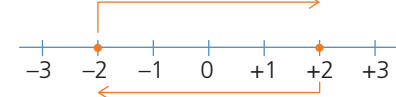
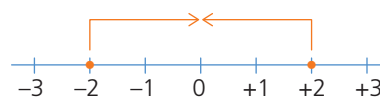
Valor absoluto y opuesto de un número entero

La nevera de Leonor tiene ahora la pantalla de visualización de la temperatura estropeada. No se aprecia si la temperatura es positiva o negativa. Es decir, si el frigorífico marca $2\text{ }^{\circ}\text{C}$, la temperatura real podría ser $+2\text{ }^{\circ}\text{C}$ o $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Estos dos datos tienen el mismo **valor absoluto**, pero son números **opuestos**.

$$|-2| = 2 \quad \text{y} \quad |2| = 2$$

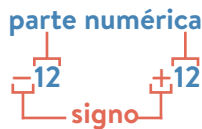
$$\text{op}(+2) = -2 \quad \text{y} \quad \text{op}(-2) = 2$$



- El **valor absoluto** de un número entero es la distancia que lo separa del 0 en la recta numérica.
- El **opuesto** de un número entero es otro entero situado a la misma distancia del 0, pero de signo contrario.

Recuerda

Los números enteros están formados por un signo y una parte numérica.



Lenguaje matemático

- Al conjunto de los números naturales se les designa por la letra \mathbb{N} .
- El conjunto de los números enteros se representa mediante la letra \mathbb{Z} .

Lenguaje matemático

- El valor absoluto de un número se indica entre dos barras.

$$|+15| = 15 \quad | -12| = 12$$

- El opuesto de un número se representa con las letras **op** y el número entre paréntesis.

$$\text{op}(+5) = -5 \quad \text{op}(-7) = +7$$

Actividades

- 17 Expresa las siguientes oraciones con números enteros.
- Ayer bajé 4 metros buceando.
 - ¡Qué frío! El termómetro marca 3 grados bajo cero.
 - Creo que dejé el coche en el segundo sótano.
 - Hemos arreglado el congelador y ahora marca 18 grados bajo cero.

Presta atención

Los números enteros positivos suelen escribirse sin el signo +.

$$+8 = 8$$

- 18 Compara y completa en tu cuaderno con $>$ o $<$.
- 3 8
 - -12 -11
 - -3 9
 - -5 -7
 - -6 -2
 - 5 -1
- 19 Ordena los números de menor a mayor en cada caso.
- $-5, 4, 5, -7, -3, 2, 0$
 - $-9, -3, -7, -5, 1, -12, -1$
 - $-5, -8, -3, -9, -1, -4, -10$
 - $5, -3, -7, 4, 2, -6, -11, 12$
- 20 Realiza estos valores absolutos.
- $|+12|$
 - $|-7|$
 - $|-8|$
 - $|+23|$
 - $|-432|$
 - $|-12|$
- 21 Justifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.
- Existen dos números con el mismo valor absoluto.
 - Existe un número con un valor absoluto negativo.
 - Existe un número con valor absoluto 0.
 - Existe un número para el que no es posible calcular el valor absoluto.
- 22 Determina estos opuestos.
- $op(-14)$
 - $op(+99)$
 - $op(+35)$
 - $op(-101)$
 - $op(-43)$
 - $op(-35)$
- 23 Halla los siguientes opuestos y valores absolutos.
- $op(op(-12))$
 - $op(op(+12))$
 - $|op(+12)|$
 - $|op(-12)|$
 - $op(|-12|)$
 - $op(|+12|)$

- 24 Copia y completa en tu cuaderno con $>$ o $<$.
- $op(-3)$ $|-4|$
 - $op(|-17|)$ $op(+15)$
 - $op|-12|$ -11
 - $-(op(+15))$ $|-17|$
 - $|-10|$ $op(+11)$
 - -15 $op(op(-14))$
- 25 Ordena los siguientes números enteros de mayor a menor.

a) 5 $op(1-5)$ $op(op(-4))$

$op(-3)$ $op(+7)$

$op(-14)$ $op(-15)$ $op|-9|$

-11 $op(+10)$

b) 12 $|op(+3)|$ $|-8|$

$op(+3)$ -5

$|op(+6)|$ $op(+11)$ -12

-4 $op(-9)$ 0 -10



- 26 Escribe todos los números que cumplan las siguientes condiciones.
- Su valor absoluto es menor que 3.
 - Su opuesto es mayor 3 y menor que 6.
 - Su valor absoluto es mayor que -3 .
 - Su valor absoluto es menor que -3 .
 - Su opuesto es menor que -5 y mayor -9 .
- 27 Escribe dos números que estén entre:
- $|-9|$ y $op(+2)$
 - $|+6|$ y $op(-3)$
 - $op(+3)$ y $|+3|$
 - $op(-5)$ y $|-5|$

+ COMPETENTES SA

- 28 Ana y sus amigas van de viaje a una ciudad con una diferencia horaria de 3 horas respecto de la ciudad en la que viven. Si ahora son las 16:00 en su ciudad, ¿qué hora es en la ciudad a la que van? ¿Hay una única solución?

3 Suma y resta de números enteros

Presta atención

A la hora de resolver operaciones con números enteros tenemos en cuenta el signo que precede a los paréntesis.

- Si va precedido del signo +, se deja el mismo número.

$$3 + (-5) = 3 - 5$$

$$3 + (+5) = 3 + 5$$

- Si va precedido del signo -, se sustituye por su opuesto.

$$3 - (-5) = 3 + 5$$

$$3 - (+5) = 3 - 5$$

Presta atención

Para resolver operaciones con números enteros:

- Si tienen el mismo signo, sumamos las partes numéricas y dejamos el signo.

$$3 + 5 = 8 \quad -3 - 5 = -8$$

- Si tienen distinto signo, restamos a la parte numérica mayor la menor y dejamos el signo del número con la mayor parte numérica.

$$-3 + 5 = 2 \quad 3 - 5 = -2$$

Presta atención

$$-(-2) = \text{op}(-2) = 2$$

Alberto tiene una aplicación en su *smartphone* que muestra la temperatura del día actual y la prevista para las 4 próximas jornadas.

Observa la información que aparece en su pantalla. ¿Cuál es la temperatura que se espera para dentro de 4 días?



A los -5°C del día actual hay que sumarles:

- Un número positivo si la temperatura aumenta (↑).
- Un número negativo cuando disminuye la temperatura (↓).

Efectuamos las operaciones en el orden en el que aparecen, teniendo en cuenta el signo que precede a los paréntesis.

$$\begin{aligned} (-5) + (+6) + (+2) + (-4) + (-5) &= -5 + (+6) + (+2) + (-4) + (-5) = \\ &= -5 + 6 + (+2) + (-4) + (-5) = -5 + 6 + 2 + (-4) + (-5) = \\ &= -5 + 6 + 2 - 4 + (-5) = -5 + 6 + 2 - 4 - 5 = 1 + 2 - 4 - 5 = \\ &= 3 - 4 - 5 = -1 - 5 = -6 \end{aligned}$$

La temperatura dentro de 4 días será de -6°C .

Para **sumar dos números enteros**:

- Si tienen el mismo signo, se suman las partes numéricas. El resultado tendrá el mismo signo que los números.
- Si tienen distinto signo, se resta a la parte numérica mayor la menor. El resultado tendrá el signo del número con la mayor parte numérica.

Alberto consulta la aplicación otro día. Esta indica -3°C para esa jornada y una bajada de 2°C para la siguiente. ¿Cuál es la previsión del día siguiente?

Para calcularlo, restamos esos dos datos.

$$(-3) - (+2) = -3 - (+2) = -3 + (-2) = -3 - 2 = -5$$

$\begin{array}{c} \downarrow \\ \text{op}(+2) = -2 \end{array}$

La previsión del día siguiente es de -5°C .

Para **restar dos números enteros**, se suma al primero el opuesto del segundo.

➔ Ejercicio resuelto ➔

29 Resuelve: $-(-2) + (-7) + 3 - (-6)$

Solución

Efectuamos las operaciones en el orden en el que aparecen, teniendo en cuenta el signo que precede a los paréntesis.

$$\begin{aligned} -(-2) + (-7) + 3 - (-6) &= 2 + (-7) + 3 - (-6) = 2 - 7 + 3 - (-6) = \\ &= -5 + 3 - (-6) = -2 - (-6) = -2 + 6 = 4 \end{aligned}$$



Actividades

30 Realiza las siguientes sumas y restas de números enteros.

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) $(+12) + (+18)$ | e) $(+12) - (+18)$ |
| b) $(+12) + (-18)$ | f) $(+12) - (-18)$ |
| c) $(-12) + (+18)$ | g) $(-12) - (+18)$ |
| d) $(-12) + (-18)$ | h) $(-12) - (-18)$ |

31 Resuelve estas operaciones.

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) $(+2) + (+17)$ | e) $(+8) - (+11)$ |
| b) $(+9) + (-12)$ | f) $(+14) - (-7)$ |
| c) $(-7) + (+9)$ | g) $(-9) - (+11)$ |
| d) $(-13) + (-4)$ | h) $(-15) - (-9)$ |

32 Calcula.

- | | |
|--------------|---------------|
| a) $12 - 15$ | f) $-17 + 12$ |
| b) $3 - 5$ | g) $-15 - 9$ |
| c) $12 - 9$ | h) $-21 + 17$ |
| d) $-5 + 15$ | i) $-13 + 12$ |
| e) $-12 - 5$ | j) $-14 - 11$ |

33 Copia y completa con los números que faltan.

- a) $-7 + \square = 5 - 8$
 b) $-14 + \square = 3 + (-19)$

Ejercicio resuelto

34 Efectúa: $3 - (-5) - 14 + (-7) + 3$

Solución

Efectuamos las operaciones, teniendo en cuenta el signo que precede a los paréntesis.

$$3 - (-5) - 14 + (-7) + 3 = 8 - 14 + (-7) + 3 = -6 + (-7) + 3 = -13 + 3 = -10$$

35 Resuelve las siguientes expresiones.

- a) $12 - 5 + (-3) - (-7) + 1$
 b) $-15 - (-12) + 7 - 3 + 5$
 c) $-23 + 14 + (-8) - 10 - 7$
 d) $3 + (-8) - 12 - (-5) + 2$
 e) $-(-6) + 7 - 8 + (-12) + 1$

36 Calcula.

- a) $125 - 269 - (-141) + 72$
 b) $-350 + 130 - 45 + (-92)$
 c) $35 - 167 - (-87) + (-35)$
 d) $76 + (-165) - 206 - (-62)$
 e) $-94 - 83 - (-319) - (-77)$

Ejercicio resuelto

37 Resuelve: $3 + (-5) - (4 - 7) - (12 - 5)$

Solución

$$3 + (-5) - (4 - 7) - (12 - 5) =$$

Efectuamos primero los paréntesis.

$$= 3 + (-5) - (-3) - 7 =$$

$$= 3 - 5 + 3 - 7 = -2 + 3 - 7 = 1 - 7 = -6$$

Operamos de izquierda a derecha.

38 Calcula.

- a) $-12 + (15 - 20) + 3 - (-8)$
 b) $14 - (3 - 7) + (4 - 7 - 6) + 1$
 c) $12 - 19 - (12 - 8) + (-4)$

39 Resuelve estas operaciones.

- a) $3 - (5 - 7) - (4 + (-7) - 3) + 1$
 b) $-(5 + (-12)) + (5 - 9 + (-1))$
 c) $(4 - 9 - (-17)) - (12 - 4 + (-22))$

40 Halla la solución en cada caso.

- a) $12 - (9 - (4 - 12) + 19) - 7$
 b) $34 + (-(12 - 5) + (4 - 7)) + 6$
 c) $-22 - (-7 + (17 - 9)) + (13 - 8)$

41 Calcula.

- a) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6$
 b) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7$
 c) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8$

42 Sin realizar operaciones, ¿cuál crees que va a ser el resultado de estas expresiones?

- Ⓐ $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9$
 Ⓑ $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$

42 Joan tiene un saldo en el banco de 235 euros y tiene que pagar tres facturas: una de 195 euros, otra de 73 euros y otra de 45 euros. ¿Qué saldo le quedará finalmente en la cuenta?

+ COMPETENTES SA

43 Raúl tiene que tomar un avión que sale de España a las 14:00 con destino Nueva York. Si la duración del vuelo está programada en 8 horas y la diferencia horaria con Nueva York es de -6 horas, ¿cuál es la hora prevista de llegada?

4 Multiplicación y división de números enteros

Un depósito de agua tiene una grieta y pierde 7 litros de agua por cada minuto que pasa. ¿Cuántos litros de agua habrá perdido el depósito transcurridos 5 minutos?



- Representamos el hecho de *perder 7 litros de agua cada minuto* mediante el número entero -7 .
- Calculamos cuántos litros de agua habrá perdido el depósito en 5 minutos, multiplicando -7 por 5.

Para ello:

1. Multiplicamos las partes numéricas.
2. Como los números tienen distinto signo, el resultado es negativo.

Así, obtenemos que:

$$(-7) \cdot 5 = -35$$

Por tanto, el depósito habrá perdido 35 litros de agua en 5 minutos.

Para **multiplicar o dividir dos números enteros**:

1. Se multiplican o dividen las partes numéricas.
2. Al resultado se le añade el signo más (+) si ambos números tienen el mismo signo, y el signo menos (-) si tienen distinto signo.

Regla de los signos

Para multiplicar y dividir números enteros, tenemos en cuenta la parte numérica y aplicamos la **regla de los signos** de los números.

$$\begin{array}{l} (+8) \cdot (+3) = +24 \\ \underline{+ \cdot + = +} \end{array} \qquad \begin{array}{l} (-8) \cdot (+3) = -24 \\ \underline{- \cdot + = -} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (-8) \cdot (-3) = +24 \\ \underline{- \cdot - = +} \end{array} \qquad \begin{array}{l} (+8) \cdot (-3) = -24 \\ \underline{+ \cdot - = -} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (+12) : (+4) = +3 \\ \underline{+ : + = +} \end{array} \qquad \begin{array}{l} (-12) : (+4) = -3 \\ \underline{- : + = -} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (-12) : (-4) = +3 \\ \underline{- : - = +} \end{array} \qquad \begin{array}{l} (+12) : (-4) = -3 \\ \underline{+ : - = -} \end{array}$$

Ejercicio resuelto

- 44 Resuelve esta expresión de operaciones con números enteros:

$$6 \cdot (-5) : 2 \cdot (-3)$$

Solución

Efectuamos las multiplicaciones y las divisiones, de izquierda a derecha.

$$6 \cdot (-5) : 2 \cdot (-3) = -30 : 2 \cdot (-3) = -15 \cdot (-3) = 45$$

Presta atención

Para multiplicar o dividir números enteros, utilizamos la regla de los signos.

| | | | | | | | | | |
|-----|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $+$ | \cdot | $+$ | $=$ | $+$ | $+$ | $:$ | $+$ | $=$ | $+$ |
| $+$ | \cdot | $-$ | $=$ | $-$ | $+$ | $:$ | $-$ | $=$ | $-$ |
| $-$ | \cdot | $+$ | $=$ | $-$ | $-$ | $:$ | $+$ | $=$ | $-$ |
| $-$ | \cdot | $-$ | $=$ | $+$ | $-$ | $:$ | $-$ | $=$ | $+$ |

- 45 Copia y completa con el signo que falta.
- a) $4 \cdot (\quad) = -20$ d) $(-12) : (-4) = \quad$
- b) $(-16) : 8 = \quad$ e) $3 \cdot (\quad) = -21$
- c) $(-12) \cdot (-4) = \quad$ f) $(-36) : (\quad) = 3$
- 46 ¿Qué signo tendrá el resultado de las siguientes operaciones?
- a) $12 \cdot (-35) : (-7) \cdot (-450)$
- b) $350 \cdot 61 : 10 \cdot (-65)$
- c) $(-405) \cdot 35 : 15 \cdot (-89)$
- d) $(-45) \cdot (-58) \cdot (-135) : (-30)$
- 47 Resuelve.
- a) $14 \cdot (-4)$ e) $18 : (-9)$
- b) $(-7) \cdot 7$ f) $24 : 3$
- c) $15 \cdot 5$ g) $(-42) : (-7)$
- d) $(-9) \cdot (-8)$ h) $(-12) : 6$
- 48 Calcula.
- a) $12 \cdot (-3) : 4$ d) $(-45) : (-5) : (-3)$
- b) $(-24) : 3 \cdot (-6)$ e) $8 \cdot 4 \cdot (-3)$
- c) $36 : (-4) \cdot 5$ f) $(-42) : (-7) \cdot 4$
- 49 Completa en tu cuaderno con el número entero que falta en cada caso.
- a) $50 : \quad = (-25)$ d) $\quad \cdot (-6) = 72$
- b) $\quad \cdot (-12) = 96$ e) $(-140) : \quad = (-28)$
- c) $\quad : (-6) = (-15)$ f) $15 \cdot \quad = (-105)$
- 50 Calcula.
- a) $|-3| \cdot (-5)$ d) $12 \cdot \text{op}(+2)$
- b) $\text{op}(-12) : (-4)$ e) $(-8) \cdot \text{op}(-3)$
- c) $|-5| \cdot \text{op}(-3)$ f) $\text{op}(+12) : |(-3)|$
- 51 Realiza estas operaciones.
- a) $(-2) \cdot |(-15) : 5|$ c) $\text{op}(18 : (-2)) \cdot (-3)$
- b) $24 : \text{op}((-3) \cdot (-2))$ d) $\text{op}((-14) : |-7|) \cdot 2$

- 52 Representa las siguientes oraciones en forma de operación y halla el resultado.



- 53 Olga ha calentado agua a 75 grados centígrados y la ha metido en la nevera. Cada 10 minutos vuelve a abrir la nevera y observa que la temperatura cambia en -5 grados centígrados. ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para que el agua esté a 20 grados centígrados?
- 54 Úrsula tiene una cuenta bancaria que solo utiliza para pagar un préstamo que solicitó para emprender un negocio. Cada mes, en su extracto aparece el dato -125 euros, que corresponde a los 125 euros que paga por su préstamo.
- a) ¿Cuánto variará su saldo después de pagar el préstamo durante un año?
- b) Si su saldo ha bajado 875 euros, ¿cuántos meses de préstamo ha pagado?
- 55 El producto de dos números enteros es 18. ¿Cuáles podrían ser esos números?

Si ahora tienes tres números enteros cuyo producto es 19, averigua de qué números podría tratarse en este caso.

+ COMPETENTES SA

- 56 Laura sale de Granada rumbo a un país que está situado hacia el oeste. El vuelo ha hecho tres escalas y en cada una de ellas ha tenido que mover el reloj dos horas. Si en Granada son las 18:00, ¿qué hora será en el destino de Laura?

5 Potencias y raíces cuadradas

Potencia de base negativa



Charo sabe que una multiplicación de varios factores iguales se puede escribir en forma de potencia.

En ella, la base es el factor, y el exponente, el número de veces que se repite dicho factor.

$$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^5$$

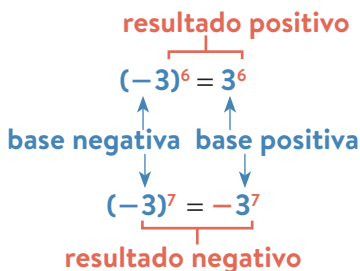
Para calcular el resultado, utilizamos la regla de los signos en la multiplicación de números enteros:

$$(-3)^5 = \underbrace{(-3) \cdot (-3)}_{(-3)^2 = +9} \cdot \underbrace{(-3) \cdot (-3)}_{(-3)^2 = +9} \cdot (-3) = 9 \cdot 9 \cdot (-3) = 81 \cdot (-3) = -243$$

$\begin{array}{cccc} + & \cdot & + & = & + \\ + & \cdot & + & = & + \\ + & \cdot & - & = & - \end{array}$

De este modo comprobamos que un número negativo elevado a un número par tiene como resultado un número positivo, mientras que, elevado a un número impar, el resultado es un número negativo.

Presta atención



El valor de una **potencia de base negativa** depende de la paridad de su exponente.

- Si el **exponente** es **par**, su valor es el opuesto de la base elevado al exponente. El resultado es positivo.

$$(-a)^{\text{par}} = a^{\text{par}}$$

- Si el **exponente** es **impar**, su valor es el opuesto de la base elevado al exponente, con signo negativo.

$$(-a)^{\text{impar}} = -a^{\text{impar}}$$

Raíz cuadrada de un número entero

Charo también recuerda que la **raíz cuadrada de un número positivo** es otro número cuyo cuadrado es igual al número positivo dado. Por ejemplo:

La raíz cuadrada de 25 es 5 porque $5^2 = 25$.

También la raíz cuadrada de 25 es -5 porque: $(-5)^2 = 25$

Observamos que 25 tiene dos raíces cuadradas: 5 y -5

Para calcular la **raíz cuadrada de un número negativo** deberíamos encontrar un número tal que, al elevarlo al cuadrado, dé ese número negativo.

Por ejemplo: ¿Qué número elevado al cuadrado da -25 ?

$$(?)^2 = -25$$

Como hemos visto, cualquier número elevado a una potencia par tiene un valor positivo. Por eso, no es posible calcular raíces cuadradas de números negativos.

- Un número entero positivo tiene dos raíces cuadradas: una positiva y otra negativa.
- La raíz cuadrada de un número entero negativo no se puede calcular.

Actividades

- 57** Calcula.
- a) $(-2)^3$ d) $(-2)^7$
 b) $(-2)^6$ e) $(-2)^5$
 c) $(-2)^2$ f) $(-2)^4$
- 58** Indica el signo del resultado de las siguientes potencias.
- a) $(-32)^{13}$ d) $(-91)^{132}$
 b) 314^{46} e) $(-25)^{43}$
 c) $(-31)^{481}$ f) 428^{35}
- 59** Expresa las siguientes expresiones como potencias con base positiva.
- a) $(-15)^{13}$ d) $(-8)^{37}$
 b) $(-105)^{32}$ e) $(-42)^{46}$
 c) $(-23)^{53}$ f) $(-37)^{98}$
- 60** Expresa estos productos como potencias con base positiva.
- a) $2 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot 2$
 b) $3 \cdot (-3)$
 c) $(-7) \cdot (-7) \cdot 7 \cdot (-7)$
 d) $(-5) \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
 e) $(-9) \cdot 9 \cdot (-9) \cdot (-9) \cdot (-9)$
 f) $(-10) \cdot 10 \cdot 10 \cdot (-10) \cdot (-10)$
 g) $12 \cdot (-12) \cdot 12 \cdot (-12) \cdot (-12) \cdot (-12)$
- 61** Determina si cada par de potencias tienen el mismo resultado.
- a) $(-3)^4$ y -3^4 e) 9^{45} y $(-9)^{45}$
 b) -7^{13} y $(-7)^{13}$ f) 11^{11} y $(-11)^{11}$
 c) $(-5)^{12}$ y 5^{12} g) 13^5 y $(-13)^5$
 d) $(-2)^3$ y -2^3 h) -19^6 y $(-19)^6$
- 62** Indica cuántas raíces cuadradas tienen estos números.
- a) -3481 e) -23716
 b) 11025 f) -40401
 c) 8649 g) 103041
 d) 0 h) -58423
- 63** Señala cuáles son las raíces cuadradas de estos números. Ten en cuenta los datos que se indican.
- a) 529 si $529 = 23^2$
 b) 2209 si $2209 = 47^2$
 c) 676 si $676 = 26^2$
 d) 1156 si $1156 = 34^2$

- 64** Calcula las raíces cuadradas de los siguientes números.
- a) 16 e) 49
 b) -25 f) -10000
 c) -4 g) -32
 d) 81 h) 100

Lenguaje matemático

El símbolo de la raíz cuadrada es: $\sqrt{\quad}$

$\sqrt{a} = b \rightarrow b^2 = a$

- 65** Determina el valor de las siguientes raíces cuadradas.
- a) $-\sqrt{625}$ d) $-\sqrt{1156}$
 b) $-\sqrt{361}$ e) $\sqrt{784}$
 c) $\sqrt{529}$ f) $-\sqrt{1225}$
- 66** Copia en tu cuaderno y asocia cada expresión con el número que corresponde.



+ COMPETENTES SA

- 67** Imagina que en este momento son las 13:00 en España. Calcula el cuadrado de la diferencia entre esta hora y cada una de las horas de las siguientes ciudades del mundo.

| | | |
|------------------|------------|-----------|
| Los Ángeles | Tokio | Sydney |
| 4:00 | 20:00 | 21:00 |
| Ciudad de México | Nueva York | Hong Kong |
| 6:00 | 7:00 | 19:00 |

6 Operaciones con potencias

Potencias con el mismo exponente

Producto de potencias con el mismo exponente

$$\begin{aligned}5^3 \cdot (-2)^3 &= (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot ((-2) \cdot (-2) \cdot (-2)) = \\ &= (5 \cdot (-2)) \cdot (5 \cdot (-2)) \cdot (5 \cdot (-2)) = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = (-10)^3 = -10^3\end{aligned}$$

Multiplicamos las bases y dejamos el mismo exponente.

Cociente de potencias con el mismo exponente

$$\begin{aligned}(-6)^2 : (-2)^2 &= ((-6) \cdot (-6)) : ((-2) \cdot (-2)) = \\ &= ((-6) : (-2)) \cdot ((-6) : (-2)) = 3 \cdot 3 = 3^2\end{aligned}$$

Dividimos las bases y dejamos el mismo exponente.

Potencias con la misma base en valor absoluto

Para **multiplicar o dividir potencias con la misma base en valor absoluto**, primero expresamos todas las potencias con base positiva precedidas del signo menos si es necesario, y después aplicamos las propiedades de las potencias con la misma base que conocemos para los números naturales.

$$\begin{aligned}(-5)^2 \cdot 5^4 &= 5^2 \cdot 5^4 = 5^{2+4} = 5^6 & 3^5 \cdot (-3)^3 &= -(3^3 \cdot 3^5) = -(3^{3+5}) = -3^8 \\ (-7)^6 : 7^2 &= 7^6 : 7^2 = 7^{6-2} = 7^4 & 2^8 : (-2)^5 &= -(2^8 : 2^5) = -(2^{8-5}) = -2^3\end{aligned}$$

Potencia de una potencia

Para **elegir una potencia a otra potencia**, primero aplicamos las propiedades de las potencias de base un número natural. Después, si la base es negativa, expresamos la potencia con la base positiva.

$$\begin{aligned}(4^3)^2 &= 4^{3 \cdot 2} = 4^6 & (4^5)^3 &= 4^{5 \cdot 3} = 4^{15} \\ ((-3)^3)^2 &= (-3)^{3 \cdot 2} = (-3)^6 = 3^6 & ((-3)^5)^3 &= (-3)^{5 \cdot 3} = (-3)^{15} = -3^{15}\end{aligned}$$

- Para **multiplicar o dividir potencias con el mismo exponente**, se multiplican o dividen las bases y se deja el mismo exponente. Si la base es negativa, se expresa como potencia con la base positiva.
- Para **multiplicar o dividir potencias con la misma base en valor absoluto**, se expresan todas con la base positiva precedidas del signo menos si es necesario, y se suman o restan los exponentes, respectivamente.
- Para **elegir una potencia a otra potencia**, se deja la misma base y se multiplican los exponentes y se expresa como potencia de base positiva.

Potencias de exponente 0 y 1

$$\begin{array}{cc} \frac{(-8) : (-8) = 1}{(-2)^3 : (-2)^3 = (-2)^0 = 1} & \frac{16 : (-8) = -2}{(-2)^4 : (-2)^3 = (-2)^1 = -2} \\ \frac{(-2)^{3-3} = (-2)^0}{(-2)^{4-3} = (-2)^1} & \end{array}$$

- Una **potencia de exponente 0** es igual a 1.
- Una **potencia de exponente 1** es igual a la base.

Presta atención

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

Recuerda

Operaciones con potencias de números naturales

- Para **multiplicar o dividir potencias con la misma base**, se deja la misma base y se suman o restan los exponentes.

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q} \quad a^p : a^q = a^{p-q}$$

- Para **elegir una potencia a otra potencia**, se deja la misma base y se multiplican los exponentes.

$$(a^p)^q = a^{p \cdot q}$$

Presta atención

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a$$

Actividades

- 68** Expresa en forma de potencia única.
- a) $3^5 \cdot 2^5$ c) $12^7 : 4^7$
 b) $7^3 \cdot 3^3$ d) $32^2 : 16^2$
- 69** Expresa en forma de potencia única.
- a) $(-2)^4 \cdot 6^4$ c) $18^7 : (-2)^7$
 b) $(-3)^5 \cdot (-5)^5$ d) $(-24)^6 : (-6)^6$
- 70** Escribe las siguientes operaciones como potencia única de base positiva.
- a) $(-2)^5 \cdot 6^5$ d) $(-12)^3 : (-6)^3$
 b) $(-2)^5 \cdot (-6)^5$ e) $12^3 : 6^3$
 c) $2^5 \cdot (-6)^5$ f) $(-12)^3 : 6^3$

Ejercicio resuelto

- 71** Expresa como potencia única de base positiva:

$$(-2)^4 \cdot 6^4 : (-3)^4 \cdot (-5)^4$$

Solución

Realizamos las operaciones de izquierda a derecha.

$$\begin{aligned} (-2)^4 \cdot 6^4 : (-3)^4 \cdot (-5)^4 &= (-12)^4 : (-3)^4 \cdot (-5)^4 = \\ &= 4^4 \cdot (-5)^4 = (-20)^4 = 20^4 \end{aligned}$$

- 72** Opera y deja el resultado en forma de potencia única de base positiva.
- a) $8^2 \cdot (-3^2) \cdot 2^2 : 6^2$
 b) $(-12)^5 : (-3)^5 \cdot 5^5 : 2^5$
 c) $3^{10} \cdot (-4)^{10} : (-2)^{10} : (-3)^{10}$
- 73** Escribe estas operaciones como una única potencia de base positiva.
- a) $2^5 \cdot (-2)^3$ d) $6^{12} \cdot (-6)^5$
 b) $(-7)^8 \cdot 7^2$ e) $4^7 \cdot (-4)^2$
 c) $(-5)^8 \cdot 5^3$ f) $3^6 \cdot (-3)^4$
- 74** Expresa como una única potencia de base positiva.
- a) $2^5 : (-2)^3$ d) $6^{12} : (-6)^5$
 b) $(-7)^8 : 7^2$ e) $4^7 : (-4)^2$
 c) $(-5)^8 : 5^3$ f) $3^6 : (-3)^4$
- 75** Reduce a una sola potencia de base positiva.
- a) $((-5)^3)^3$ d) $((-2)^2)^5$
 b) $((-3)^8)^2$ e) $((-3)^3)^7$
 c) $((-9)^3)^8$ f) $((-8)^6)^4$

Ejercicio resuelto

- 76** Escribe en forma de una única potencia de base positiva: $3^2 \cdot (-3)^5 : (-3)^2$

Solución

Las bases de las potencias no son iguales, pero tienen el mismo valor absoluto, así que las expresamos como potencias de base positiva.

$$3^2 \cdot (-3)^5 : (-3)^2 = 3^2 \cdot (-3^5) : 3^2 =$$

Base negativa y exponente impar

Base negativa y exponente par

Al multiplicar positivo por negativo el resultado es negativo.

$$= -3^2 \cdot 3^5 : 3^2 = -3^7 : 3^2 = -3^5$$

Al dividir negativo por positivo el resultado es negativo.

- 77** Reduce a una sola potencia de base positiva.

- a) $3^5 \cdot 3^4 : (-3)^3$ e) $(-3)^2 \cdot 3^4 \cdot 3^5$
 b) $(-11)^8 : 11^2 \cdot (-11)^5$ f) $(-5)^6 : (-5)^4 \cdot 5^5$
 c) $(-7)^9 : 7^3 : 7^2$ g) $(-2)^5 : 2^3 \cdot (-2)^7$
 d) $9^2 \cdot (-9)^7 : (-9)^5$ h) $5^8 : (-5)^3 : (-5)^2$

- 78** Reduce a una sola potencia de base positiva.

- a) $2^5 \cdot (-2)^3 : 2^5 \cdot ((-2)^3)^2$
 b) $(-5)^9 \cdot (-5)^3 : (5^2 \cdot (-5)^3)^2$
 c) $((-3)^5)^3 : ((-3)^3)^2 \cdot 3^2$
 d) $7^5 : ((-7)^3 : 7^2)^4 \cdot (-7)^3$

- 79** Calcula las siguientes potencias.

- a) $(-3)^2$ b) 3^2 c) -3^2 d) $(-3)^0$ e) -3^0 f) 3^0

- 80** Reduce a una sola potencia de base positiva.

- a) $3^4 \cdot (-3) : (-3)^2$ d) $(3^4 : (-3)^3)^5 \cdot (-3)$
 b) $(-5)^5 : (-5) : 5^2$ e) $(-7)^3 \cdot ((-7)^3 : 7)^4$
 c) $((-2)^4 : 2^4)^2 \cdot (-2)$ f) $(2^5 : (-2)) \cdot ((-2)^3)^3$

+ COMPETENTES

- 81** Busca una ciudad cuya diferencia horaria con la tuya sea:

- a) $2^4 : (-2)^2$ b) $(-3)^5 : 3^3$ c) $(-4)^7 : (-4)^6$



22mt0s203

7 Operaciones combinadas

Operaciones sin paréntesis

Al igual que cuando operamos con números naturales, para realizar operaciones combinadas con números enteros debemos seguir un orden.

$$12 - 6 \cdot 2^2 : 3 - (-5) - \sqrt{25} \cdot 3$$

1. Calculamos todas las potencias y las raíces. $12 - 6 \cdot 2^2 : 3 - (-5) - \sqrt{25} \cdot 3 =$
2. Hallamos todas las multiplicaciones y las divisiones. Si hay varias, las realizamos de izquierda a derecha. $= 12 - 6 \cdot 4 : 3 - (-5) - 5 \cdot 3 =$
3. Resolvemos todas las sumas y las restas. Si hay varias, procedemos también de izquierda a derecha. $= 12 - 8 - (-5) - 15 =$
 $= 12 - 8 + 5 - 15 =$
 $= 4 + 5 - 15 = 9 - 15 = -6$

Operaciones con paréntesis

Cuando en una expresión con números enteros hay operaciones agrupadas con paréntesis, hemos de efectuar las operaciones siguiendo un orden.

$$(-3)^2 + 5 \cdot (4 - 6) + \sqrt{16} - 1$$

1. Realizamos todas las operaciones que hay entre paréntesis. $(-3)^2 + 5 \cdot (4 - 6) + \sqrt{16} - 1 =$
2. Calculamos todas las potencias y las raíces. $= (-3)^2 + 5 \cdot (-2) + \sqrt{16} - 1 =$
3. Hallamos todas las multiplicaciones y las divisiones. Si hay varias, procedemos de izquierda a derecha. $= 9 + 5 \cdot (-2) + 4 - 1 =$
4. Resolvemos todas las sumas y las restas de izquierda a derecha. $= 9 - 10 + 4 - 1 = -1 + 4 - 1 =$
 $= 3 - 1 = 2$

Presta atención

Al operar con raíces cuadradas, consideramos que $\sqrt{\quad}$ es positiva.

$$\sqrt{49} = 7$$

Recuerda

El orden en el que resolvemos operaciones combinadas con números enteros es el siguiente:

1. Paréntesis
2. Potencias y raíces
3. Multiplicaciones y divisiones (de izquierda a derecha)
4. Sumas y restas (de izquierda a derecha)

Ejercicio resuelto

82 Resuelve esta operación combinada: $12 - \sqrt{16} \cdot (3 - (5 - 3) \cdot (-2)) + (-2)^3$

Solución

Realizamos las operaciones respetando la jerarquía de las operaciones.

$$12 - \sqrt{16} \cdot (3 - (5 - 3) \cdot (-2)) + (-2)^3 =$$

1.º Resolvemos las operaciones en el interior de los paréntesis.

$$= 12 - \sqrt{16} \cdot (3 - 2 \cdot (-2)) + (-2)^3 = 12 - \sqrt{16} \cdot (3 + 4) + (-2)^3 =$$

2.º Calculamos las potencias y las raíces.

$$= 12 - \sqrt{16} \cdot 7 + (-2)^3 = 12 - 4 \cdot 7 + (-8) =$$

3.º Resolvemos multiplicaciones y divisiones.

$$= 12 - 28 - 8 = 12 - 36 = -24$$

4.º Realizamos las sumas y las restas.



22mt0s204

Actividades

83 Resuelve, teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones.

- a) $7 - (5 - 8) + 3 - 4 \cdot 2$
- b) $5 - 13 + (5 - 7 + 1) - (3 - 6)$
- c) $-12 - (4 - 12) + (5 - 7) + 1$

84 Realiza las siguientes operaciones.

- a) $5 - 3 \cdot 2 + 7$
- b) $2 \cdot (-5) + 3 \cdot (-2)$
- c) $-4 \cdot (-3) + 5$
- d) $5 \cdot 3 + (-2) \cdot 4$

85 Estas operaciones están mal resueltas. Indica el fallo de cada una y resuélvelas correctamente.

- a) $3 \cdot (5 - 7) + 8 = 3 \cdot 2 + 8 = 6 + 8 = 13$
- b) $4 - 5 \cdot 2 + (-3) = (-1) \cdot 2 + (-3) = -2 + (-3) = -5$
- c) $-3 + 4 \cdot (-3) - (-5) = -3 + 12 - (-5) = -3 + 12 + 5 = 14$
- d) $18 - (-9) : (-3) + 1 = 18 + 3 + 1 = 22$

86 Calcula los resultados en cada caso.

- a) $3 - 4 \cdot 5 + 3 \cdot (-3)$
- b) $-7 \cdot (-2) - 3 \cdot 4 + 2$
- c) $12 - 15 : (-3) + (-4) \cdot 5$
- d) $-7 - 3 \cdot (-5) + 4 - 3 \cdot (-5)$

87 Copia estas operaciones y coloca los paréntesis para que los resultados sean correctos.

- a) $3 - 5 \cdot 4 + 1 = -22$
- b) $2 - 5 \cdot 3 + 5 = -4$
- c) $3 \cdot 4 + 1 - 7 = 8$
- d) $3 - 5 + 3 \cdot 2 = -13$

88 Opera.

- a) $13 - 4 \cdot (-3)^2$
- b) $4 \cdot (-5) + (-5)^2$
- c) $2^3 - 3 \cdot (-2)^3$
- d) $5^2 \cdot 2 + (-2)^3 \cdot 3$

89 Halla los resultados en cada caso.

- a) $3 - (4 - 3 \cdot 2) + 4 \cdot (-3) + 1$
- b) $-5 + 12 : (6 - 4 \cdot 2) - (-3)$
- c) $7 \cdot (-2) + (6 - 3 \cdot 4) + (-5)$
- d) $-(3 - 7) + (12 - 3 \cdot 6) - 16 : (-4)$

90 Resuelve estas operaciones combinadas.

- a) $4 \cdot (-3) + (-2)^5 : 4 - 7$
- b) $-12 + (-2)^3 \cdot \sqrt{9} - (-5)$
- c) $7 + \sqrt{16} \cdot (-3) - 5 + 3^2$
- d) $(-3)^3 - (-5) \cdot \sqrt{36} + 5 \cdot (-3)$

91 Halla los resultados en cada caso.

- a) $1 - 4 \cdot (3 - (-2)^2) + 5$
- b) $-(4 - 7) + 7^2 - 24 : (-\sqrt{64})$
- c) $4 - 5^2 : (2 - 7) + \sqrt{16}$
- d) $(-3)^2 + 5 \cdot (3^2 - 4^2) - \sqrt{25}$

92 Calcula.

- a) $3 - ((-2)^3 - 4 \cdot (-5)) - (-\sqrt{49})$
- b) $15 + (18 : (-6) - 4 \cdot \sqrt{4}) + (-3)^3$
- c) $-12 + (5 + 18 : (-3^2)) + \sqrt{25}$

93 Resuelve las siguientes operaciones. Ten en cuenta los paréntesis.

- a) $5 - (3 \cdot (3^2 - 4 \cdot \sqrt{25}) - 12) + 8 : (-\sqrt{16})$
- b) $6 \cdot (-3) + (12 + 7 \cdot ((-\sqrt{9}) - 2) - 3) + 2^2$
- c) $4 - (5 + (-9)) - ((4 - 7) \cdot \sqrt{36})$

94 Alicia abre una cuenta en el banco e ingresa en ella 125 euros cada mes.

Si en este momento tiene 875 euros en la cuenta, indica mediante una expresión matemática las siguientes situaciones.

- a) Los meses que lleva la cuenta activa.
- b) El dinero que tenía hace tres meses.

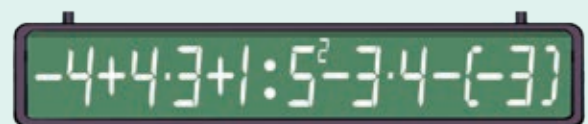
95 El sistema métrico utiliza la escala Celsius para medir la temperatura. Sin embargo, la temperatura en Estados Unidos todavía se mide en grados Fahrenheit. Las fórmulas para cambiar de escalas son:

$$F = 1,8 \cdot C + 32 \quad \text{o} \quad C = \frac{F - 32}{1,8}$$

Utiliza estas fórmulas para saber cuántos grados Fahrenheit son -20°C y cuántos grados centígrados son 14°F .

+ COMPETENTES SA

96 Al llegar a su destino, Andrés se sorprende al ver que el reloj del aeropuerto es muy matemático ya que muestra la hora utilizando operaciones matemáticas.



¿Qué hora muestra el reloj?

Congelando bajo cero

Texto 1

¿Cuál es la temperatura ideal para el congelador?

[...] La temperatura ideal de tu congelador depende en gran medida de los alimentos que hayas metido dentro.

La idea general es que a partir de 0 °C ya se congela. Pero esa no es la realidad. Con 0 °C el agua se solidifica, pero para congelar frutas, hortalizas y carnes lo habitual es necesitar -18 °C.

Existen muchas excepciones a estas normas. A los alimentos con un alto contenido de azúcar, como por ejemplo el helado, les basta con una temperatura de unos -12 °C. [...]

Si vas a congelar **alimentos con un alto contenido en agua** (por ejemplo: una piña), no tendrás que bajar la temperatura más allá de los 0 °C. Pero para la mayoría de alimentos necesitas más frío. De lo contrario, te arriesgas a que proliferen bacterias y microorganismos. Muchos congeladores te permiten ajustar temperaturas de unos -24 °C. Tal frío puede mantener tu comida en buen estado durante mucho tiempo, pero **el riesgo es que estés exigiéndole demasiado a tu electrodoméstico**. Además del alto consumo de energía, tu congelador podría fallar antes de tiempo. [...]

Los fabricantes se han puesto de acuerdo para asegurar que la mejor temperatura para tu congelador es -17 °C. Este valor proporciona un margen de error que permite mantener congelados los alimentos sin dañarlos, al mismo tiempo que se **previene la generación de bacterias**.



FUENTE: www.endesa.com, 2 de agosto de 2019

Texto 2

La congelación del futuro: cómo conservar mejor las frutas y verduras frescas


Además del fuego y el calor, la congelación es otra de las formas ancestrales de **conservación de los alimentos**. Detiene la proliferación de muchos de los microorganismos responsables del deterioro de los alimentos (aunque no siempre los elimina, solo los paraliza). Es perfecta para el pescado, porque elimina el anisakis. [...] Sin embargo, **esta técnica resulta demoledora, por ejemplo, con frutas como las fresas, que pierden su textura y consistencia al volver a la temperatura ambiente**. [...]

Esta técnica ha evolucionado hacia la **ultracongelación, que reduce la formación de microcristales** de hielo [...]. El **proceso de ultracongelación** se lleva a cabo en tanques con nitrógeno líquido o dióxido de carbono a 40 grados bajo cero. Posteriormente, se sube la temperatura hasta los -18/-22 grados que encontramos en el supermercado y que mantendremos en el congelador de casa.


La técnica da resultados excelentes con los alimentos que tienen cantidades medias de agua, como carnes y pescados, incluso para las verduras de cocción —judías verdes, coliflor, zanahorias o menestras— y las frutas troceadas.

FUENTE: consumer.es, 12 de octubre de 2022

Analiza los textos

97  Lee el texto 1 y responde.

- Mi congelador parece que funciona mal y marca -9 °C, ¿cuántos grados tengo que sumarle como mínimo para mantener un helado congelado?
- Después de arreglarlo marca -21 °C, ¿cuántos grados centígrados hay que sumarle para que pase a la temperatura ideal aconsejada por los fabricantes?

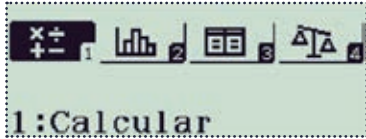
98  Lee el texto 2 y responde.

- Si tengo fruta troceada a una temperatura ambiente de 18 °C, ¿qué variación de temperatura ha sufrido en el proceso de ultracongelación?
- Una vez ultracongelada, ¿cuál es la variación que vuelve a sufrir al llevarla a mi congelador?



Modos de cálculo

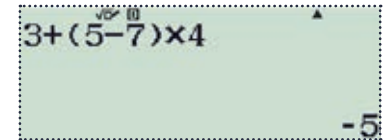
Pulsa MENU para mostrar el menú principal. Muévete con las teclas de cursor para elegir el modo de cálculo y pulsa 0 o el número del modo de cálculo elegido.



- 1: Calcular: para realizar cálculos generales.
- 2: Estadística: para realizar cálculos estadísticos.
- 3: Tabla: para generar una tabla numérica basada en una o dos funciones.
- 4: Verificar: para comprobar un cálculo.

El modo 1: Calcular es el modo predeterminado al encender la calculadora.

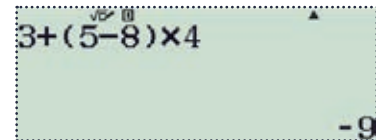
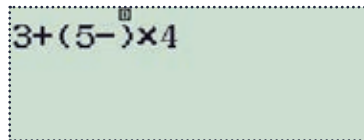
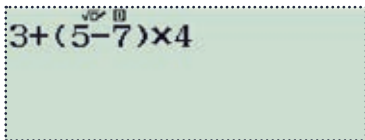
Para realizar cálculos tenemos que ir introduciéndolos en la línea de comando y pulsar la tecla = para obtener el resultado.



Por ejemplo si queremos realizar la operación $3 + (5 - 7) \cdot 4$:

Si cometemos un error al introducir los datos podemos borrar la operación por completo utilizando la Tecla AC o podemos editar la operación utilizando la tecla DEL. Utilizamos las teclas de cursor para situarnos a la derecha del carácter que queremos borrar, pulsamos la tecla DEL e introducimos el carácter correcto.

Por ejemplo, si queremos cambiar el 7 por un 8 en la operación anterior procedemos de la siguiente forma:



Antes de resolver, fíjate en estas teclas

SHIFT → Abs Calcula el valor absoluto.

(-) Calcula el opuesto de un número.

x² Calcula el cuadrado de un número.

xⁿ Calcula la potencia de un número.

99 Calcula el resultado de las siguientes operaciones.

- | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------------------------|
| a) $34 - (43 - 89) \cdot 43 - 72$ | c) $(-32) + (3 - 25) \cdot (-12) + (-245)$ | e) $43 \cdot (-3) - (89 - 125) : (-3)$ |
| b) $(34 - 12) \cdot (39 - 72) + 119$ | d) $125 + 843 : (12 - 15) - 75$ | f) $123 + (45 - 91 + 12) \cdot 18 - 45$ |

100 Halla el resultado de estas operaciones.

- | | | |
|---------------------|-----------------------------|---------------------------------------------|
| a) $ 34 - 24 - 48 $ | c) $ 45 - 12 \cdot 31 $ | e) $ 12 - 15 \cdot (15 - 38)$ |
| b) $ 56 + 32 - 45 $ | d) $ 189 : 9 - 23 \cdot 8 $ | f) $3 - 12 - 89 \cdot 73 - 42 \cdot 21 $ |

101 Halla el valor de los siguientes opuestos.

- | | | | | |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------------|--------------------------------|----------------------------------------|
| a) $\text{op}(12 - 45)$ | b) $\text{op}(84 - 79)$ | c) $\text{op}(12 \cdot (-35))$ | d) $\text{op}(32 - 23 - 89)$ | e) $\text{op}(78 - 12 + 15 \cdot 3)$ |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------------|--------------------------------|----------------------------------------|

102 Calcula el resultado de las siguientes operaciones con potencias.

- | | | | | |
|-----------------------|-----------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) $5^3 \cdot 3^4$ | c) $(-2)^6 \cdot 3^5$ | e) $(-3)^5 \cdot (-12)^2$ | g) $4^5 \cdot (-3)^2$ | i) $(-7)^3 \cdot (-3)^3$ |
| b) $7^2 \cdot (-5)^3$ | d) $(-4)^3 \cdot 5^2$ | f) $4^2 \cdot (-6)^3$ | h) $(-2)^7 \cdot (-5)^2$ | j) $(-5)^8 \cdot (-6)^4$ |








103 Comprueba que son ciertas las siguientes propiedades de las operaciones con potencias.

- | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------|---------------------------|
| a) $5^3 \cdot 5^4 = 5^7$ | b) $2^7 \cdot (-2)^4 = 2^{11}$ | c) $(-7^{12}) : 7^8 = 7^4$ | d) $5^{12} : (-5^3) = -5^9$ | e) $((-8)^3)^2 = 8^6$ | f) $((-3)^5)^3 = -3^{15}$ |
|--------------------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------|---------------------------|







104 Un barco va a llevar 32 contenedores grandes y 25 pequeños. Cada contenedor grande pesa 3750 kilogramos vacío y admite una carga de 29000 kilogramos, y cada contenedor pequeño pesa 2200 kilogramos vacío y admite una carga de 21800 kilogramos. Calcula cuánto pesa la carga si los contenedores portan la carga máxima.






Actividades de síntesis

Números naturales. Divisibilidad








- 105  Escribe tres múltiplos de 6 que estén comprendidos entre 20 y 40.
- 106  Escribe todos los divisores de estos números.
a) 18 b) 21 c) 23 d) 32
- 107  Realiza la descomposición factorial de los siguientes números.
a) 36 c) 490 e) 900
b) 256 d) 396 f) 378
- 108  Indica cuáles de estos números no pueden ser primos.
12 30 23 16 51
- 109  Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los números propuestos.
a) 36 y 48 c) 54, 72 y 99
b) 25 y 27 d) 150, 250 y 340
- 110  Lucía tiene en una bolsa 252 caramelos de los que 126 son de fresa, 72 de limón y el resto de menta. Los quiere repartir en bolsas iguales del mayor tamaño y sin mezclar sabores. ¿Cuántos caramelos tiene que poner en cada bolsa?
- 111  En una estación de autobuses, las tres líneas que parten de ella coinciden a las 7 de la mañana. Si cada línea tiene una frecuencia de 42, 63 y 105 minutos, respectivamente, y la estación cierra a las 12 de la noche, ¿vuelven a coincidir antes de que cierre la estación?

Números positivos y negativos

- 112  Copia estas rectas numéricas y escribe los números que faltan en cada caso.
- a) 
- b) 
- c) 
- 113  Copia y completa estas desigualdades.
a) $-4 < \square < -1$ d) $-7 < \square < -2$
b) $0 > \square > -2$ e) $-12 < \square < -9$
c) $-1 < \square < 1$ f) $2 > \square > -1$
- 114  Calcula los siguientes valores absolutos.
a) $|-27|$ d) $|+301|$
b) $|+42|$ e) $|-61|$
c) $|-37|$ f) $|-15|$

- 115  Resuelve.
a) $op(-21)$ d) $op(+53)$
b) $op(+37)$ e) $op(-91)$
c) $op(-14)$ f) $op(+52)$
- 116  ¿Son ciertas estas oraciones?
 a) El opuesto de un número es siempre negativo.
b) El valor absoluto de un número es siempre positivo.
- 117  ¿Cuál es el número mayor en cada caso?
a) $op(-43)$ y $|-44|$ d) $-|-4|$ y $op(+3)$
b) $|op(+12)|$ y $|-11|$ e) $op(op(+5))$ y $|-|+6||$
c) $op(|-7|)$ y $-op(+5)$ f) $-|-12|$ y $op(+13)$
- 118  Escribe, en cada caso, un número que cumpla las condiciones que se indican.
a) Es mayor que -7 y menor que -3 .
b) Es menor que $|-6|$ y mayor que $op(-2)$.
c) Es menor que $op(|-5|)$ y mayor que $op(+8)$.
d) Es mayor que $-|-12|$ y menor que $op(|-10|)$.

Operaciones con números enteros

- 119  Supongamos que la suma de dos números enteros, a y b , es negativa.
a) ¿Pueden ser a y b negativos?
b) ¿Pueden ser a y b positivos?
c) ¿Pueden ser a positivo y b negativo?
 Si la respuesta es afirmativa, escribe un ejemplo; si es negativa, justifícala.
- 120  Supongamos que la diferencia entre dos números enteros es negativa.
a) ¿Pueden ser los dos números negativos?
b) ¿Pueden ser los dos positivos?
c) ¿Pueden ser uno positivo y otro negativo?
 Si la respuesta es afirmativa, escribe un ejemplo; si es negativa, justifícala.
- 121  ¿Qué signo tiene la solución de cada operación?
 Comparte los resultados con tu compañero.
a) $42 - 35$ c) $-16 - 45$ e) $-67 + 56$
b) $78 - 98$ d) $-5 + 68$ f) $72 - 86$
- 122  Resuelve.
a) $5 - 8 - 4$ d) $-15 + 6 - 1$
b) $-5 + 6 - 9$ e) $12 - 4 + 1$
c) $1 - 3 - 7$ f) $7 - 15 + 3$

123 Opera.

- a) $-2 + (-25) + 18 - 7$
b) $9 - (-8) + (-20) + 15$
c) $-16 + 7 - (-21) - 19$
d) $45 - 36 + (-18) - 23$
e) $-(-12 - (-5)) + (4 - 12 + (-2)) + 1$
f) $15 - (6 - (-2 - 9)) + (14 - 3) - 5$

124 Resuelve estas expresiones.

- a) $-(12 - 18) + (-3) + (-3 - 15)$
b) $-12 - (12 + (-15) - 7) + 8 - 21$
c) $19 - 7 + (12 - 20) + (-15) - (12 + (-27))$
d) $-31 - (2 - 10 - (-8)) + (-15 - (-27))$

125 Supongamos que el producto de dos números enteros es negativo.

- a) ¿Pueden ser los dos números negativos?
b) ¿Pueden ser los dos positivos?
c) ¿Pueden ser uno positivo y otro negativo?

Si la respuesta es afirmativa, escribe un ejemplo; si es negativa, justifícala.

126 Si el cociente de dos números enteros es negativo:

- a) ¿Pueden ser los dos números negativos?
b) ¿Pueden ser los dos positivos?
c) ¿Pueden ser uno positivo y otro negativo?

Si la respuesta es afirmativa, escribe un ejemplo; si es negativa, justifícala.

127 Decide qué signo tiene la solución de cada una de estas operaciones.

- a) $(-45) \cdot 8 : 6 \cdot 71$
b) $(-525) : (-15) \cdot (-36) : (-7)$
c) $23 \cdot (-45) : 9 \cdot (-12)$
d) $(-360) : (-15) : 12 \cdot (-99)$

128 Resuelve.

- a) $(-12) \cdot 5 : 3$ d) $5 \cdot (-7) \cdot 2$
b) $6 \cdot (-4) : (-12)$ e) $(-8) : (-4) \cdot 3$
c) $(-42) : (-6) : (-7)$ f) $(-45) : (-9) \cdot (-6)$

Potencias y raíces cuadradas

129 ¿Qué signo tiene cada una de las siguientes potencias?

- a) $(-53)^{16}$ c) $(-71)^{39}$ e) $(-15)^{49}$
b) $(-49)^{71}$ d) $(-29)^{104}$ f) $(-63)^{1051}$

130 Expresa como una sola potencia de base positiva.

- a) $(-2)^{63}$ c) $(-2)^{34}$ e) $(-2)^{75}$
b) $(-2)^{82}$ d) $(-2)^{244}$ f) $(-2)^{352}$

131 ¿Tienen cada par de potencias el mismo resultado?

- a) $(-5)^6$ y 5^6 c) $(-15)^{24}$ y 15^{24}
b) -12^{21} y $(-12)^{21}$ d) 31^{27} y $(-31)^{27}$

132 ¿Cuántas raíces cuadradas tienen estos números?

- a) 1225 c) 0 e) -12
b) -2704 d) 1764 f) 10 000

133 Calcula los resultados de estas raíces.

- a) $\sqrt{31^2}$ c) $\sqrt{-15^2}$ e) $\sqrt{(-37)^2}$
b) $\sqrt{(-27)^2}$ d) $\sqrt{-49}$ f) $\sqrt{67^2}$

Operaciones con potencias

134 Escribe como potencia de base positiva.

- a) $(-3)^4 \cdot 6^4$ e) $(-9)^7 : (-9)^7$
b) $(-7)^5 \cdot (-2)^5$ f) $(-24)^6 \cdot (-4)^6$
c) $7^3 \cdot (-3)^3$ g) $(-36)^8 : 9^8$
d) $(-5)^6 \cdot (-4)^6$ h) $25^5 : (-5)^5$

135 Opera y deja el resultado en forma de una sola potencia de base positiva.

- a) $4^3 \cdot (-3)^3 \cdot 5^3 : 6^3$
b) $(-24)^6 : (-3)^6 \cdot (-4)^6 : 2^6$
c) $6^5 \cdot (-9)^5 : (-3)^5 : 2^5$
d) $(-8)^8 \cdot (-4)^8 : (-2)^8 \cdot (-5)^8$

136 Expresa como potencia única de base positiva.

- a) $5^3 \cdot (-5)^4$ e) $8^{12} : (-8)^3$
b) $(-9)^8 \cdot 9^5$ f) $(-2)^8 : 2$
c) $(-3)^7 \cdot 3$ g) $(-7)^{10} : 7^{10}$
d) $7^{11} \cdot (-7)^3$ h) $(-9)^5 : 9^4$

137 Reduce a una sola potencia de base positiva.

- a) $((-7)^2)^3$ c) $((-11)^3)^5$
b) $((-5)^6)^4$ d) $((-3)^6)^7$

138 Expresa como potencia de base positiva.

- a) $(-7)^9 : (-7) \cdot 7^3$
b) $9^7 \cdot (-9)^3 : (-9)^2$
c) $(-5)^{12} : 5^4 \cdot (-5)^5$
d) $(-3)^{16} : 3^5 : 3^6$

139 Reduce a una sola potencia de base positiva.

- a) $3^5 \cdot (-3) : 3^5 \cdot ((-3)^2)^4$
b) $5 \cdot (-5)^{12} : ((-5)^2 \cdot (-3)^4)^2$
c) $2^4 \cdot (2^7 : (-2)^3)^2 \cdot (-2)^3$
d) $(7^5 : (-7))^3 : (-7)^6 \cdot 7$
e) $2^3 \cdot (-2)^5 : (2^4 : (-2))^2$

Operaciones combinadas

140 Resuelve.

- $5 \cdot (-3) + 4 - 3 \cdot 2$
- $-21 - (-9) - 5 \cdot (-3)$
- $4 \cdot (-7) - (-10) - (-72) : 6$
- $12 : (-4) + 1 - 3 \cdot (-2)$
- $-3 + (-8) : 4 - (-3) \cdot (-5)$

141 Opera.

- $-(16 - 20) : 2 + (-7) \cdot (12 - 10)$
- $60 : (-5) + (-7) \cdot (8 - 10) - 1$
- $-25 + (-30 - 15) : (2 - 7) - 12$
- $4 - 3 \cdot (8 - 12) - (12 - 17) + 3$
- $-5 + (8 - 10) \cdot (-3) + (-7)$

142 Opera.

- $3 - \sqrt{49} \cdot (-7) + 5 \cdot (-2)^3 - 2$
- $-\sqrt{36} + 5 \cdot (-4) + 4^2$
- $-12 + 5 \cdot 3 - (-4) \cdot 3 + (-3)^3$
- $2 + \sqrt{25} - (-7) \cdot 3 - 5^2$
- $-10 + \sqrt{64} : (-2) - (-2)^3 + 3$

143 Halla el resultado de las siguientes operaciones.

a) $-\sqrt{81} - (12 - 20) : (-2)^2 + 5 \cdot (7 - 10)$
 b) $-21 + (25 - 9) : (8 - 12) + \sqrt{121}$
 c) $-(8 - 3 \cdot 2^2) + (5 - 7)^3 : (-\sqrt{4})$
 d) $25 - \sqrt{144} \cdot (7 - 9) + (3 - 6)^3$

144 Calcula el resultado de estas operaciones.

- $3 - (4 - (5 - 7)^2 \cdot 3 + (-\sqrt{9})) \cdot 2 + 1$
- $8 : (-\sqrt{16}) - (4 - (5 - 7)^2 + 10 \cdot (3 - 6))$
- $((16 - 24) : 2^3) \cdot (12 - 3 \cdot (-2)^2) - 5$
- $-32 - (4 \cdot (3 - \sqrt{9}) - 5) + (4 - 9)^2$

Problemas con números enteros

145 Un día de invierno, a la misma hora, diez estaciones meteorológicas registran las siguientes temperaturas:

-2°C -4°C -9°C -6°C -11°C
 -1°C -15°C -5°C -7°C -14°C

- ¿Cuál es la temperatura más alta?
- ¿Cuál es la más baja?
- ¿Qué temperatura está más próxima a -10°C ?

146 Gerardo tiene en la cuenta 255 euros. Realiza un ingreso de 125 euros y le cargan un recibo de 78 euros. Después, realiza dos compras que tienen ambas el mismo importe. Si, finalmente, el saldo de su cuenta es de -18 euros, ¿cuál ha sido el precio de esas compras?

147 Lola programa una inmersión fotográfica para investigar el fondo marino: bajará 3 metros para realizar fotos durante 5 minutos y después, lo repetirá varias veces del mismo modo. En una de las paradas fotográficas mira su profundímetro y observa que marca -21 metros.

- ¿Cuántas paradas fotográficas lleva realizadas en ese momento?
- Si hace dos paradas más, ¿a qué profundidad se encuentra ahora?
- Si pudiese realizar 5 paradas más, ¿cuál sería su profundidad?

148 Cualquier elevación terrestre se mide a partir del nivel del mar, que se considera que tiene una elevación de 0 metros. Los puntos que se elevan por encima del nivel del mar se consideran positivos, y los que están por debajo de dicho nivel, negativos.

Los puntos más bajos de cada continente son los que se muestran a continuación en esta tabla:

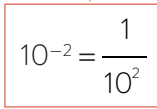
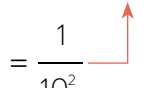
| Continente | Lugar | Elevación |
|------------|-------------------------|----------------------------|
| África | Lago Assal | -156 m |
| América | del Norte | Valle de la Muerte -86 m |
| | del Sur | Laguna del Carbón -105 m |
| Antártida | Fosa subglaciar Bentley | -2540 m |
| Asia | Mar Muerto | -422 m |
| Australia | Lago Eyre | -12 m |
| Europa | Mar Caspio | -28 m |

- Fíjate en la elevación de cada lugar y ordénalos de menor a mayor elevación.
- ¿Cuántos metros hay de diferencia entre la elevación del mar Caspio y la del mar Muerto?
- Uno de los puntos subterráneos más profundos de la Tierra es la cueva de Voronya, en el Cáucaso, con -2160 metros. ¿En cuántos metros supera a la fosa Bentley? ¿Y qué diferencia de elevación tiene respecto al mar Muerto?
- Debido al cambio climático si en un futuro se derritiera Groenlandia el nivel del mar subirá 7 metros. ¿Cómo quedaría la elevación de los datos de la tabla anterior?

Potencias cuyo exponente es un número negativo

Hasta ahora has calculado potencias del tipo $10^6 : 10^4$ cuyo resultado es $10^{6-4} = 10^2$. Pero qué ocurre si te encuentras con divisiones del tipo $10^4 : 10^6$.

En este caso observa que hay varias maneras de resolver esta operación con potencias.

- Se aplica la propiedad del cociente de dos potencias con la misma base: $\frac{10^4}{10^6} = 10^{4-6} = 10^{-2}$ 
- Se desarrollan las potencias para, a continuación, efectuar el cociente: $\frac{10^4}{10^6} = \frac{10000}{1000000} = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$ 

De la misma manera, observa cómo se calcula la siguiente potencia de exponente negativo.

$$\frac{1}{3^{-4}} = \frac{1}{\frac{1}{3^4}} = 1 : \frac{1}{3^4} = 3^4$$

En general, podemos calcular una **potencia de exponente negativo** de este modo:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\frac{1}{a^{-n}} = a^n = a^n$$

149 Calcula las siguientes potencias con exponente negativo.

- | | |
|-------------|--------------|
| a) 3^{-3} | e) 4^{-3} |
| b) 5^{-4} | f) 10^{-5} |
| c) 2^{-5} | g) 2^{-4} |
| d) 7^{-2} | h) 3^{-5} |

150 Copia y completa en tu cuaderno con el número entero que falta.

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| a) $3^{-4} = \frac{1}{3^{\quad}}$ | d) $\frac{1}{2^{-3}} = 2^{\quad}$ |
| b) $\frac{1}{5^{\quad}} = 5^7$ | e) $3^{-6} = \frac{1}{3^{\quad}}$ |
| c) $7^2 = \frac{1}{7^{\quad}}$ | f) $\frac{1}{11^{\quad}} = 11^{-4}$ |

151 Halla el valor de estas potencias cuyo exponente es un número negativo.

- | | |
|----------------|-----------------|
| a) $(-2)^{-4}$ | d) $(-2)^{-6}$ |
| b) $(-3)^{-5}$ | e) $(-10)^{-7}$ |
| c) $(-7)^{-2}$ | f) $(-5)^{-3}$ |

152 Halla el valor de las siguientes potencias, fijándote en el exponente de cada una de ellas.

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| a) $\frac{1}{(-2)^5}$ | d) $\frac{1}{(-2)^7}$ |
| b) $\frac{1}{(-5)^{-3}}$ | e) $\frac{1}{(-7)^{-2}}$ |
| c) $\frac{1}{(-10)^{-6}}$ | f) $\frac{1}{(-3)^{-4}}$ |

153 Expresa en forma de una única potencia de exponente positivo.

- | | |
|----------------|------------------|
| a) $2^3 : 2^7$ | e) $3 : 3^4$ |
| b) $7 : 7^5$ | f) $5^2 : 5^7$ |
| c) $5^3 : 5^4$ | g) $3^4 : 3^9$ |
| d) $4^3 : 4^9$ | h) $10^2 : 10^5$ |

154 Realiza las siguientes operaciones y escribe el resultado en forma de una única potencia de exponente positivo.

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| a) $3^2 : (3 \cdot 3^2)^3$ | c) $(7^5 : 7^3)^4 : 7^{12}$ |
| b) $(4^2 \cdot 4) : (4^3)^5$ | d) $3^5 : (3^4 : 3)^5$ |

Ten en cuenta...

- Dos números, a y b , son **divisibles** si la división $a : b$ es exacta. El número a es **múltiplo** de b , y el número b es **divisor** de a .
- El **máximo común divisor** de varios números es el mayor de sus divisores comunes.
- El **mínimo común múltiplo** de varios números es el menor de sus múltiplos comunes.
- **Suma y resta de números enteros**
 - Si los números tienen el mismo signo, se suman las partes numéricas y se deja el mismo signo.
 - Si los números tienen distinto signo, se resta a la parte numérica mayor la menor y se deja el signo de dicha parte numérica mayor.
- **Multiplicación y división de números enteros**
 1. Se multiplican o dividen las partes numéricas.
 2. El resultado tiene signo más (+) si los números tienen el mismo signo, o signo menos (-) si son de distinto signo.
- **Potencias de base negativa**
 $(-a)^{\text{par}} = a^{\text{par}}$ $(-a)^{\text{impar}} = -a^{\text{impar}}$
- La **raíz cuadrada de un entero positivo** siempre tiene dos soluciones y la **raíz cuadrada de un entero negativo** no se puede calcular.
- **Jerarquía de las operaciones**
 1. Paréntesis
 2. Potencias y raíces
 3. Multiplicaciones y divisiones (de izquierda a derecha)
 4. Sumas y restas (de izquierda a derecha)

Números naturales. Divisibilidad

Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de 12 y 15.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ & 6 \\ & 3 \\ & 1 \\ \hline 12 & = 2^2 \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ & 5 \\ & 1 \\ \hline 15 & = 3 \cdot 5 \end{array}$$

$$\text{m.c.d.}(12, 15) = 3$$

$$\text{m.c.m.}(12, 15) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

Operaciones de números enteros

Resuelve estas expresiones con números enteros.

a) $15 - 17 - (-5) + (-8)$

b) $(-15) \cdot 6 : (-3)$

a) Primero, resolvemos los paréntesis y, después, operamos de izquierda a derecha.

$$15 - 17 - \underbrace{(-5)}_{-(-5)=+5} + \underbrace{(-8)}_{+(-8)=-8} = 15 - 17 + 5 - 8 = \underbrace{-2}_{-2+5=3} + 5 - 8 = 3 - 8 = -5$$

b) Operamos de izquierda a derecha aplicando la regla de los signos.

$$\underbrace{(-15) \cdot 6}_{(-15) \cdot 6 = -90} : (-3) = \underbrace{-90 : (-3)}_{-90 : (-3) = +3} = 3$$

Halla el resultado de:

a) $(-2)^5$

b) $(-3)^4$

c) Raíz cuadrada de 81

d) $\sqrt{-16}$

a) $(-2)^5 = -2^5 = -32$

b) $(-3)^4 = 3^4 = 81$

c) Las raíces cuadradas de 81 son +9 y -9.

d) $\sqrt{-16} \rightarrow$ No se puede calcular.

Operaciones combinadas con números enteros

Resuelve esta operación combinada:

$$-15 - 2^3 \cdot (5 - 7) + \sqrt{36} : (-11 + 8)$$

Realizamos las operaciones respetando la jerarquía de las operaciones, y de izquierda a derecha al resolver las multiplicaciones y divisiones, y las sumas y restas.

$$\begin{aligned} -15 - 2^3 \cdot (5 - 7) + \sqrt{36} : (-11 + 8) &= -15 - 2^3 \cdot (-2) + \sqrt{36} : (-3) = \\ &= -15 - 8 \cdot (-2) + 6 : (-3) = -15 + 16 - 2 = 1 - 2 = -1 \end{aligned}$$

Desarrollo de competencias

Horas negativas Husos horarios

Viajar a otras partes del mundo nos permite conocer otras culturas y disfrutar de paisajes distintos a los que estamos acostumbrados. Sin embargo, si vas a realizar un viaje al extranjero es importante que sepas que cada país tiene su zona horaria, es más, hasta puede tener varias horas diferentes en su territorio. Te puede ocurrir que llegues al país a una hora en la que no sea fácil encontrar transporte público.

En 1884 se organizó en Washington DC (EE UU) la convención Internacional del Meridiano. En ella se decidió dividir el planeta en 24 meridianos, el espacio existente entre cada dos meridianos es el huso horario.



El sistema de los husos horarios consiste en tomar al meridiano de Greenwich como meridiano base y dividir la superficie terrestre en 24 zonas. Cada huso hacia el Este es una hora más y si es hacia al Oeste una hora menos.

Los husos horarios son aceptados internacionalmente, pero pueden sufrir ciertas modificaciones, como el horario de verano e invierno que tenemos en España, y es posible que no coincida la hora solar y la hora oficial. Debemos informarnos siempre antes de viajar sobre la cultura para conocer las horas a las que se desarrolla la vida en el país de destino.

1 Imagina que vas a planificar tu próximo viaje. Para ello:

- busca información sobre los husos horarios: su origen y cómo se utilizan.
- investiga la iniciativa de establecer un **mapamundi de los husos horarios**.

2 Averigua la duración de los vuelos entre las siguientes ciudades:

Madrid a Buenos Aires

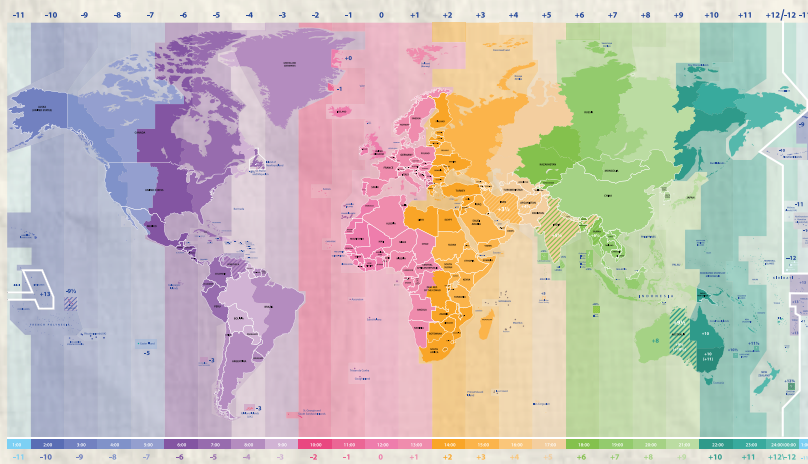
Londres a Beijing

Paris a Doha

- Elige uno de los tres destinos e infórmate sobre las horas a las que la gente desarrolla la vida allí: hora de despertarse, de comer, horarios de apertura y cierre de actividades culturales...
- Decide una hora de salida desde el origen correspondiente y diseña un billete de avión entre ambas ciudades que incluya:
 - la hora local en la ciudad de salida y en la ciudad de llegada.
 - el tiempo del trayecto.

3 Toma como referencia un mapamundi político y:

- marca los diferentes husos horarios indicando el número de horas que hay que sumar o restar a la hora del meridiano de Greenwich.
- añade a este mapa la ciudad en la que vives.
- elige una ciudad en cada uno de los distintos usos horarios y localízalas.
- elabora una tabla en el que aparezca la hora en la ciudad donde vives y la hora en cada una de las ciudades anteriores.



4 Diseña un póster de tu viaje que contenga:

- las ciudades entre las que vas a viajar, los billetes de avión que has diseñado y la información sobre los horarios a los que se desarrolla la vida en la ciudad de origen y de destino.
- el mapamundi con los husos horarios y las tablas que has elaborado con las diferencias horarias.