

Así es el libro de Matemáticas I



El libro de Matemáticas I de 1.º de Bachillerato se estructura en tres bloques, en los que se distribuyen los contenidos sobre Números, Álgebra, Geometría, Estadística y Probabilidad, y Funciones.

Bloques

Presentación del bloque

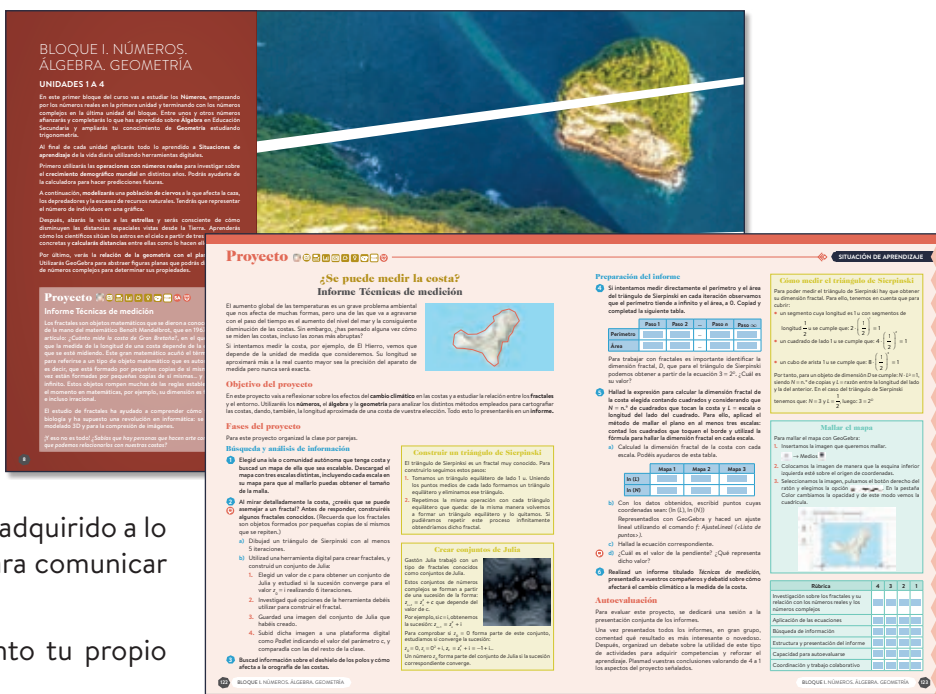
En la doble página de entrada de bloque puedes ver una introducción a la temática de las unidades que lo constituyen y las situaciones de aprendizaje que se proponen en cada unidad.

Además, tienes una primera aproximación al proyecto final del bloque.

Proyecto

En el cierre del bloque incluimos una situación de aprendizaje guiada paso a paso. Para llevarlo a cabo trabajarás en equipo y necesitarás todos los conocimientos que has adquirido a lo largo del bloque, además de tu creatividad para comunicar los resultados en diferentes formatos.

Al final del proyecto podrás autoevaluar tanto tu propio trabajo como el de tu equipo.



Unidades didácticas

Las **doce unidades didácticas** que componen los bloques responden siempre a la misma estructura, para facilitar y sistematizar el aprendizaje.

Presentación de la unidad

En las dos páginas de presentación de cada unidad descubrirás aplicaciones matemáticas de lo que vas a estudiar y empezarás a **construir tu propio aprendizaje**.

En el **índice** se anticipan los contenidos de la unidad y la **Situación de aprendizaje SA** de la sección **Matemáticas en digital**.



Los textos de **Enfoques** te permitirán acercarte a los contenidos desde una perspectiva actual, relacionando los **conocimientos matemáticos** con los **retos y desafíos de la sociedad**.

El **collage** que ilustra estas dos páginas ofrece **información visual significativa** sobre el bloque transversal, la aplicación de los **contenidos de la unidad en el día a día** y traduce a imágenes los temas de Enfoques.

Participa en las **reflexiones, puestas en común, investigaciones, debates...** de **Enfoques**, comparte tus **puntos de vista**, escucha las **opiniones de otros** y descubrid, entre todos, cómo las matemáticas contribuyen al **desarrollo individual y social**.

Desarrollo de la unidad

A lo largo de la unidad se exponen los contenidos organizados en **epígrafes** de dos o cuatro páginas, introducidos a través de situaciones cotidianas. Las **ideas principales** se resaltan en recuadros. Encontrarás **ejercicios** de aplicación directa de las fórmulas y algoritmos, y también **problemas** que requieren la utilización de los contenidos del epígrafe, dentro de un contexto sencillo. Todas las actividades propuestas están clasificadas por **grado de dificultad**: Fácil, Medio, Difícil. Junto con los contenidos de los epígrafes encontrarás varias **secciones**:

Descubre personajes matemáticos que trabajaron los contenidos en la **Nota histórica**. Repasa tus conocimientos con **Recuerda**. ¡Sabes más de lo que crees! Con la **calculadora** presenta como operar utilizando tu calculadora.

Acompañando a los contenidos encontrarás los **recursos TIC** necesarios para comprender procedimientos, paso a paso. Puedes acceder a ellos utilizando los códigos QR o los enlaces correspondientes.

3. Radicales
Queremos fabricar un envase con forma de cubo cuya capacidad sea de 1 l y por ello necesitamos saber cuánto mide su arista.
Sabemos que 1 litro es 1 dm^3 y que el volumen de un cubo se calcula como:
 $V = a^3$, siendo a la longitud de su arista, por tanto tenemos que encontrar un número a que cumpla el cubo 1.
Para ello calculamos la raíz cúbica $\sqrt[3]{1}$.
Por tanto, sabemos construir un cubo de 1 dm de arista.

3.1. Radicales equivalentes
Sabemos que dos radicales son equivalentes si ambos expresan el mismo valor. Para ello, expresamos el radical en su forma más simple, es decir, el índice de la raíz y el radicando.
Ejercicio resuelto
Simplificamos los radicales equivalentes a $\sqrt[3]{125}$.

3.2. Potencia de un radical
Cuando elevamos un radical a una potencia, debemos aplicar la potencia al índice y al radicando.
Ejercicio resuelto
Calcula $(\sqrt[3]{8})^2$.

3.3. Propiedades
Podemos deducir las propiedades de los radicales escribiéndolos como potencias de exponente fraccionario.
Ejercicio resuelto
Calcula $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27}$.

Actividades
1. Simplifica los radicales equivalentes a:
a) $\sqrt[3]{125}$
b) $\sqrt[3]{216}$
c) $\sqrt[3]{1000}$
d) $\sqrt[3]{27}$
e) $\sqrt[3]{64}$
f) $\sqrt[3]{1250}$
g) $\sqrt[3]{12500}$
h) $\sqrt[3]{125000}$
i) $\sqrt[3]{1250000}$
j) $\sqrt[3]{12500000}$
k) $\sqrt[3]{125000000}$
l) $\sqrt[3]{1250000000}$
m) $\sqrt[3]{12500000000}$
n) $\sqrt[3]{125000000000}$
o) $\sqrt[3]{1250000000000}$
p) $\sqrt[3]{12500000000000}$
q) $\sqrt[3]{125000000000000}$
r) $\sqrt[3]{1250000000000000}$
s) $\sqrt[3]{12500000000000000}$
t) $\sqrt[3]{125000000000000000}$
u) $\sqrt[3]{1250000000000000000}$
v) $\sqrt[3]{12500000000000000000}$
w) $\sqrt[3]{125000000000000000000}$
x) $\sqrt[3]{1250000000000000000000}$
y) $\sqrt[3]{12500000000000000000000}$
z) $\sqrt[3]{125000000000000000000000}$

Presta atención destaca aspectos a tener en cuenta a la hora de resolver las actividades. **Lenguaje matemático** destaca conceptos que precisan nuevos símbolos o maneras de representación.

Ejercicio resuelto te muestra un ejemplo resuelto paso a paso de las actividades siguientes. En **Investigación o Desafío matemático** te proponemos un reto para ir un paso más allá de los contenidos del epígrafe.

Tras los epígrafes encontrarás diferentes secciones, que te permitirán **sintetizar, repasar e integrar** los conocimientos que has adquirido y las competencias que has desarrollado en tu proceso de aprendizaje.

Ejercicios resueltos son cuatro páginas extra para **consolidar o trabajar diferentes procedimientos** a los aprendidos en la unidad.

Ejercicios resueltos
Secciones
1. Dada la progresión aritmética con $a_1 = 21$ y $a_4 = 2,4$ sabiendo que $a_n = 226,95$:
a) Determina el valor de n .
b) Halla el resultado de $S_1 + a_1 + \dots + a_n$.
c) Calcula la suma de términos a_1 y a_n múltiplos de 4.
Solución
Como el término general de una progresión aritmética es $a_n = a_1 + (n-1)d$, y sabemos que $a_1 = 21$ y $a_4 = 2,4$,
 $a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow 2,4 = 21 + 3d \Rightarrow 3d = 2,4 - 21 = -18,6 \Rightarrow d = -6,2$
a) $a_n = 21 + (n-1)(-6,2) = 226,95 \Rightarrow 21 - 6,2n + 6,2 = 226,95 \Rightarrow -6,2n = 226,95 - 27,2 = 199,75 \Rightarrow n = -32,2177 \dots$
b) $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = \frac{n}{2}(2 \cdot 21 + (n-1)(-6,2)) = \frac{n}{2}(42 - 6,2n + 6,2) = \frac{n}{2}(48,2 - 6,2n)$
c) Como $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots = a_{n/2} + a_{n/2+1}$ si n es par, o $a_{n/2} + a_{n/2+1}$ si n es impar.
Como $a_1 + a_n = 21 + 226,95 = 247,95$, obtenemos que $a_1 + a_n = 247,95$ en $n/2$ sumandos.
 $247,95 \cdot \frac{n}{2} = 1500 \Rightarrow n = \frac{1500 \cdot 2}{247,95} = \frac{3000}{247,95} = 12,1000 \dots$
Sabemos que la suma de los primeros términos de una progresión aritmética es:
 $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
Por tanto, para los 1500 primeros términos tenemos que:
 $S_{1500} = \frac{1500}{2}(2 \cdot 21 + (1500-1)(-6,2)) = 750(42 - 6,2 \cdot 1499) = 750(42 - 9193,8) = 750(-9151,8) = -6863850$
Para calcular esta suma, tenemos que sumar los términos $a_1 + a_n, a_2 + a_{n-1}, \dots, a_{n/2} + a_{n/2+1}$ que también los que sumamos multiplicamos de $a_1 + a_n$ a $a_{n/2}$.
 $\left[\begin{matrix} a_1 + a_n \\ a_2 + a_{n-1} \\ \vdots \\ a_{n/2} + a_{n/2+1} \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} 247,95 \\ 247,95 \\ \vdots \\ 247,95 \end{matrix} \right]$ también una progresión aritmética tal que su primer término es $a_1 + a_n = 247,95$ y $d = -6,2$.
Por tanto, tenemos que:
 $n \cdot 247,95 + \frac{n(n-1)}{2}(-6,2) = -6863850$
 $247,95n - 3,1n^2 = -6863850$
 $3,1n^2 - 247,95n - 6863850 = 0$
 $n = \frac{247,95 \pm \sqrt{247,95^2 + 4 \cdot 3,1 \cdot 6863850}}{2 \cdot 3,1} = \frac{247,95 \pm \sqrt{61480,025 + 85030200}}{6,2} = \frac{247,95 \pm \sqrt{85091680,025}}{6,2} = \frac{247,95 \pm 9224,56}{6,2}$
 $n = \frac{247,95 + 9224,56}{6,2} = 1500$
Por tanto, $n = 1500$.

Actividades de síntesis
Variables estadísticas unidimensionales
1. Indica el tipo de variables estadísticas descriptivas y el gráfico más adecuado para representarlas:
a) El tamaño de los tomates de una tomatera.
b) El número de hijos por familia en una población de 10000 habitantes.
c) Temperatura máxima diaria tomada en una ciudad.
d) Cuantías de los salarios de los empleados.
e) Cuantías, diámetro de sectores.
f) Cuantías de los salarios de los empleados.
g) Cuantías de los salarios de los empleados.
h) Cuantías de los salarios de los empleados.
i) Cuantías de los salarios de los empleados.
j) Cuantías de los salarios de los empleados.
k) Cuantías de los salarios de los empleados.
l) Cuantías de los salarios de los empleados.
m) Cuantías de los salarios de los empleados.
n) Cuantías de los salarios de los empleados.
o) Cuantías de los salarios de los empleados.
p) Cuantías de los salarios de los empleados.
q) Cuantías de los salarios de los empleados.
r) Cuantías de los salarios de los empleados.
s) Cuantías de los salarios de los empleados.
t) Cuantías de los salarios de los empleados.
u) Cuantías de los salarios de los empleados.
v) Cuantías de los salarios de los empleados.
w) Cuantías de los salarios de los empleados.
x) Cuantías de los salarios de los empleados.
y) Cuantías de los salarios de los empleados.
z) Cuantías de los salarios de los empleados.

Actividades de síntesis
1. La media en una encuesta con 30 participantes es $\mu = 4,6$. ¿Cuál es la media de los que contestaron con 5? $\sigma = 7,5$
2. Encuentra el error si en un gráfico se han construido:
a) Encuentra el error de la media.
b) Encuentra el error de la desviación.
3. Evolución del PIB en España
4. El decimo de la facilidad de Estadística, quiere n años de datos del primer curso de la carrera de Estadística. Para comprobar, realiza una encuesta sobre los datos que se han obtenido en esta encuesta, y obtiene el siguiente gráfico:
5. Una aseguradora quiere ofrecer un seguro de vida que cubra la muerte de sus clientes. Para ello, propone un seguro que cubra la muerte de sus clientes. El seguro que cubra la muerte de sus clientes.
6. Una empresa quiere saber si es necesario contratar un seguro de vida. Para ello, propone un seguro que cubra la muerte de sus clientes. El seguro que cubra la muerte de sus clientes.
7. Una empresa quiere saber si es necesario contratar un seguro de vida. Para ello, propone un seguro que cubra la muerte de sus clientes. El seguro que cubra la muerte de sus clientes.
8. Una empresa quiere saber si es necesario contratar un seguro de vida. Para ello, propone un seguro que cubra la muerte de sus clientes. El seguro que cubra la muerte de sus clientes.
9. Una empresa quiere saber si es necesario contratar un seguro de vida. Para ello, propone un seguro que cubra la muerte de sus clientes. El seguro que cubra la muerte de sus clientes.
10. Una empresa quiere saber si es necesario contratar un seguro de vida. Para ello, propone un seguro que cubra la muerte de sus clientes. El seguro que cubra la muerte de sus clientes.

Así es el libro de Matemáticas I



En **Conocimientos básicos** se presenta un resumen de los procedimientos a tener en cuenta para resolver las actividades planteadas en la unidad. Te facilitará el repaso de la unidad y la preparación de exámenes.

Conocimientos básicos

Números reales. Operaciones
Si a y b son números reales, se cumplen las siguientes propiedades.

| | Suma | Multiplicación |
|--------------------------|---|---|
| Comutativa | $a + b = b + a$ | $a \cdot b = b \cdot a$ |
| Asociativa | $(a + b) + c = a + (b + c)$ | $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ |
| Elemento neutro | $a + 0 = a$ | $a \cdot 1 = a$ |
| Elemento opuesto/inverso | $a + (-a) = 0$ | $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ |
| Distributiva | $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ | |

Potencias, Radicales, Logaritmos

| Definición | Propiedades |
|--|---|
| Potencia: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ cociente: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ | $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ |
| Radicales: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ | $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ |
| Logaritmos: $\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$ | $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$ $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$ $\log_a x^b = b \cdot \log_a x$ |

Recta real. Ordenación
En la recta real podemos considerar distintos tipos de conjuntos.

| | Intervalo | Extremo |
|------------------------------|-----------|----------------|
| Abierto | (a, b) | $]-\infty, a[$ |
| Cerrado | $[a, b]$ | $]a, +\infty[$ |
| Semiabierto por la izquierda | $[a, b)$ | $]-\infty, a[$ |
| Semiabierto por la derecha | $]a, b]$ | $]a, +\infty[$ |

Aproximaciones y errores
Podemos realizar diferentes aproximaciones.

Por exceso: Se suma 1 a la cifra a la que se quiere aproximar.
Por defecto o truncamiento: Se eliminan todas las cifras posteriores a la que se quiere aproximar.
Por redondeo: Si la cifra siguiente a la que se quiere aproximar es mayor o igual que 5, se aproxima por exceso. En caso contrario, por defecto.

Al aproximar un número, x , por un valor aproximado, a , podemos determinar distintos errores:

- Error absoluto: $E_a = |x - a|$
- Error relativo: $E_r = \frac{|x - a|}{x}$

Evaluación

1. Usa una raíz del polinomio $P(x) = x^3 + 3x^2 + x - 3$.

a) Verdadero b) Falso

2. Las raíces del polinomio $P(x) = (x - \sqrt{2})^2(x + \sqrt{2})^2(x + 1)$ son:

a) $-\sqrt{2}, \sqrt{2}$ b) $-\sqrt{2}, \sqrt{2}, 2, \sqrt{2}$ c) $-\sqrt{2}, \sqrt{2}, 1$ d) $-\sqrt{2}, -\sqrt{2}, 1$

3. Las soluciones de la ecuación $\sqrt{x+1} + x = 1$ son:

a) $-1, 2$ b) $-1, 2, 3$ c) 3 d) ninguna de las anteriores.

4. ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x}$?

a) Ninguna b) 1 c) 2 d) 3

5. La solución de la ecuación $\log(x-1) + \log 2 = \log 2x + 1$ es:

a) Verdadero b) Falso

6. La ecuación $a^x + 1 = a^{x+1} + a^x$:

a) tiene una única solución. b) no tiene soluciones con potencias de a . c) no cumple ninguna de las anteriores.

7. ¿Cuántas soluciones consecutivas... a) no tiene solución. b) no tiene solución.

8. ¿Cuántas soluciones puede tener un sistema formado por tres ecuaciones con tres incógnitas?

a) 0, 1 o infinitas b) 0, 1 o infinitas c) 1, 2 o 3 d) 0, 1 o infinitas e) No se cumple ninguna de las anteriores.

9. Eligiendo la información correspondiente al sistema no lineal representado en la gráfica:

a) Las soluciones son $(-1, -1)$ y $(2, 4)$. b) Las ecuaciones que lo forman son $F = 2x^2 + x + 1$ y $G = x^2 - 2x + 1$.

10. Tienen solución única. a) No se cumple ninguna de las anteriores.

11. Las ecuaciones que lo forman son $F = x^2 + 2$ y $G = x^2 - 2x + 1$.

12. La solución de la inecuación $\frac{x-3}{x+1} \leq 0$ es:

a) $x \in [-1, 3]$ b) $x \in [-1, 3[$ c) $x \in]-1, 3]$ d) $x \in]-1, 3[$ e) ninguna de las anteriores.

13. La inecuación $(x - \sqrt{2})^2 + 1 < 0$ tiene por solución todos los números reales.

a) Verdadero b) Falso

Matemáticas en digital

En Arco se está la Manada de Kabab, la cual alberga una gran población de ciervos. Debido a la escasez incontrolada de depredadores y a otros factores, la población en diciembre de 20 años, que al comienzo de los recursos naturales ocasionó un descenso del número de nacimientos. Se modelaron estos datos con el siguiente polinomio $P(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 - 30x + 12$, donde $P(x)$ el aumento o disminución de la población de ciervos en el primer año de recogida de datos.

1. Explica si entre el primer año y segundo año de recogida de datos hubo aumento o disminución de la población de ciervos.

2. Analiza los valores de $P(x)$ para $x = 0, 1, 2, \dots, 25$ representados estos datos en una gráfica. ¿Qué observas?

En **Evaluación** pondrás a prueba lo que has aprendido en la unidad resolviendo actividades mediante un test.

La **situación de aprendizaje** propuesta en **Matemáticas en digital** te permitirá poner en práctica tus capacidades desde una **perspectiva integradora** de los contenidos de la unidad utilizando **herramientas digitales**.

Iconos utilizados en este libro

Algunos apartados y actividades del libro están específicamente diseñados para el desarrollo de las **competencias clave** y el tratamiento de los enfoques relacionados con tu **desarrollo individual** y con los **retos y desafíos del mundo actual**. Para identificar estos objetivos y algunos recursos que te ayudarán a conseguirlos, se ha utilizado un sistema de iconos que te permitirán reconocerlos fácilmente.

COMPETENCIAS CLAVE

- Competencia en comunicación lingüística
- Competencia plurilingüe
- Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM)
- Competencia digital
- Competencia personal, social y de aprender a aprender
- Competencia ciudadana
- Competencia emprendedora
- Competencia en conciencia y expresión culturales

ENFOQUES

- Derechos de la infancia
- Igualdad de género
- Bienestar físico y emocional
- Competencia digital
- Desarrollo profesional
- Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)

OTROS ICONOS

- Situación de aprendizaje
- Actividad de producción oral
- Actividad en grupo y trabajo cooperativo
- Tarea STEAM
- Calculadora
- Vídeo
- GeoGebra
- Espacio PRO

Además, los **recursos TIC** van acompañados de un código QR.

21m0b103

Escritorio GENiOX PRO

El **Escritorio GENiOX PRO** es un espacio digital desde donde tendrás acceso a tu **libro digital** y a un amplio **banco de recursos** en distintos formatos (vídeo, GeoGebra, html, PDF...) que te facilitarán la realización de las tareas y de los procesos asociados al aprendizaje: observar, analizar, consolidar y ampliar los conocimientos... Aprovecha estos recursos y disfruta de ellos... ¡están pensados exclusivamente para ti!

- Videos** con procedimientos y ejercicios resueltos.
- GeoGebra** para interactuar con los contenidos de la unidad.
- Actividades digitales**, para aplicar los saberes aprendidos en un formato interactivo.
- Espacio PRO**, concebido para facilitar el autoestudio, la autoevaluación y la preparación de los exámenes y pruebas a los que tendrás que enfrentarte en esta etapa académica.

¡Y mucho más! Entra en tu **Escritorio GENiOX PRO** y descubre todas las ventajas que te ofrece esta herramienta.

Objetivos de Desarrollo Sostenible

Los **Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)** son una iniciativa impulsada desde 2015 por Naciones Unidas y apoyada por los Estados miembros con el fin de erradicar la pobreza extrema, combatir la desigualdad y la injusticia, y resolver el cambio climático sin dejar a nadie atrás. Estos son los **diecisiete objetivos** fijados por la ONU para un **desarrollo mundial respetuoso con los límites planetarios**. Fíjate en el **plazo** (el año 2030), en las **metas e indicadores** de la **Agenda 2030** para alcanzar cada ODS y hazte **agente del cambio!**

